

Metakognitiv kunnskap og ferdigheter i matematikk

En korrelasjonell studie av metakognitiv kunnskap og matematiske ferdigheter hos elever på 8.trinn

May-Eli Johansen og Anne-May Myrvang



Masteroppgave i spesialpedagogikk ved Det
utdanningsvitenskapelige fakultet, Institutt for
spesialpedagogikk

UNIVERSITETET I OSLO

22.juni 2010

Metakognitiv kunnskap og ferdigheter i matematikk

En korrelasjonell studie av metakognitiv kunnskap og matematiske ferdigheter hos elever på 8.trinn

© Forfatter Johansen & Myrvang

År 2010

Tittel Metakognitiv kunnskap og ferdigheter i matematikk

Forfatter May-Eli Johansen & Anne-May Myrvang

<http://www.duo.uio.no/>

Trykk: Reprosentralen, Universitetet i Oslo

Sammendrag

Dette er en empirisk oppgave som omhandler sammenhengen mellom metakognitiv kunnskap og ferdigheter i matematikk hos elever på 8.trinn. Kunnskapsløftet (Kunnskapsdepartementet, 2006) setter fokus på at matematikk er viktig både for individet selv, og samfunnet generelt. Grunnleggende ferdigheter i regning et mål i alle fag, og matematikk innebærer både skriftlig og muntlig problemløsning. Metakognisjon innebærer refleksjon over egen problemløsning, og på bakgrunn av dette har flere hevdet at metakognisjon kan være viktig for å lykkes i matematikk (Desoete, Roeyers & Buysse, 2001). Flere studier har vist til at kognitive faktorer kan forklare variasjon i matematiske ferdigheter, men få har undersøkt i hvilken grad metakognisjon kan bidra til dette.

En underliggende hypotese for denne undersøkelsen, er at metakognitiv kunnskap antas å influere på matematiske ferdigheter. På bakgrunn av dette ble følgende problemstilling formulert:

Kan metakognitiv kunnskap forklare variasjon i matematikkferdigheter, når det er kontrollert for arbeidsminne?

For å belyse problemstillingen er det benyttet en kvantitativ tilnærming. Undersøkelsen er en korrelasjonsstudie som tar sikte på å måle samvariasjon mellom metakognitiv kunnskap og matematiske ferdigheter, når det er kontrollert for arbeidsminne. Utvalget bestod av 53 elever på 8.trinn ved en skole på Østlandet. Elevene besvarte et spørreskjema som omhandlet metakognitiv kunnskap. I tillegg ble elevene testet med deltesten tallhukommelse baklengs fra WISC-III, for å kontrollere for arbeidsminne. For å kartlegge elevenes matematiske ferdigheter ble det benyttet eksisterende data, i form av elevenes skårer på nasjonale prøver i regning, som ble gjennomført i oktober 2009.

I analysen av datamaterialet ble dataprogrammet SPSS 16.0 benyttet. For å belyse problemstillingen ble det foretatt en eksplorerende faktoranalyse, korrelasjonsanalyser og hierarkisk regresjonsanalyser. Resultatene fremstilles med deskriptiv og analytisk statistikk.

Resultatene viser at det er en signifikant korrelasjon mellom metakognitiv kunnskap og matematiske ferdigheter. Metakognitiv kunnskap kan forklare et signifikant bidrag på 13,9 % av variasjonen i matematiske ferdigheter, etter at det er kontrollert for arbeidsminne. Det

ble derimot ikke funnet en signifikant sammenheng mellom arbeidsminne og matematiske ferdigheter. Arbeidsminne kan forklare 3,8 % av variasjon i matematiske ferdigheter, men dette bidraget er ikke signifikant. Etter at det ble kontrollert for metakognitiv kunnskap, kan arbeidsminne kun forklare 0,6 % av variasjonen, og dette er heller ikke signifikant.

Resultatene samsvarer ikke med eksisterende empiri, angående sammenhengen mellom arbeidsminne og matematiske ferdigheter. Det er videre vanskelig å vurdere om funn i denne undersøkelsen samsvarer med de ulike studiene knyttet til metakognisjon og matematikk.

En gjennomgang av validitetskrav knyttet til denne undersøkelsen, fører til at man ikke kan trekke sikre slutninger. Selv om undersøkelsen har god statistisk validitet, er det flere svakheter ved begrepsvaliditet, indre- og ytre validitet som gjør at resultatene må tolkes med forsiktighet.

Forord

Å skrive masteroppgave er ingen enkel prosess. Det er ikke gjort på et øyeblikk, selv om vi mange ganger skulle ønsket det. Til tross for dette, har prosessen bidratt til mange refleksjoner og en god porsjon faglig utvikling. Nå er vi ferdige, og klare for feiring.

En stor takk til skolen som deltok i undersøkelsen, spesielt faglærer, inspektør og elever som var hjelpelige og gjorde dette mulig å gjennomføre.

Vi vil takke vår veileder Monica Melby-Lervåg som har gitt oss god faglig veiledning, gode råd og som tok seg tid til dette, slik at vi kunne gjennomføre og levere. Underveis i prosessen har hun vært motiverende, strukturert og tydelig, noe som har gitt oss troen på at dette skulle være mulig.

Vi vil også takke Snorre Ostad for inspirasjon, og som tok seg tid til nyttige samtaler tidlig i denne prosessen.

Takk til våre medstudenter for den fine tiden vi har hatt her på Helga Engs hus. Lunsjpauser og kaffeslarv blir aldri det samme uten dere. I denne tiden har vi løst mange verdensproblemer. Håper alle fortsetter med det.

Vi må selvsagt også takke våre bedre halvdel, Ingar og Arne for at de er der for oss og gjør livet lysere, selv i tunge mastergradstunder.

Til slutt må vi takke hverandre for at vi har holdt ut, stått på og for et godt samarbeid. Vi er fortsatt venner 😊

Oslo, 15.juni

May-Eli Johansen og Anne-May Myrvang

Innholdsfortegnelse

1	Innledning.....	1
1.1	Oppgavens inndeling	2
2	Teoretisk og empirisk bakgrunn.....	4
2.1	Hvordan få kunnskap om matematiske ferdigheter?	4
2.2	Matematikkvansker	6
2.2.1	Kognitive årsaker til matematikkvansker.....	7
2.3	Hvilke kognitive problemer karakteriserer barn med matematikkvansker?.....	8
2.3.1	Arbeidsminnet	8
2.3.2	Den strukturelle organiseringen av arbeidsminnet – en tredeling?	9
2.3.3	Har barn med matematikkvansker problemer med arbeidsminnet og prosessering?	11
2.4	Hva kan påvirke utviklingen av matematiske ferdigheter?	16
2.4.1	Påvirker tallferdigheter og verbal kunnskap elevers matematiske ferdigheter?	18
2.4.2	Betydningen av fonologiske prosesseringsferdigheter i matematikk.....	20
2.5	Metakognisjon	22
2.6	Sammenhengen mellom kognitive og metakognitive prosesser i matematikk.....	23
2.7	I hvilken grad kan metakognitiv kunnskap forklare variasjon i matematiske ferdigheter?.....	26
2.8	Kan trening av metakognitiv kunnskap ha en effekt på matematiske ferdigheter?... ..	28
2.9	Oppsummering av teori og empiri.....	30
3	Metode.....	33
3.1	Design.....	33
3.2	Utvalg	34
3.3	Operasjonalisering av variabler	36
3.3.1	Metakognitiv kunnskap	37
3.3.2	Arbeidsminne	38
3.3.3	Matematiske ferdigheter.....	39
3.4	Prosedyre og skåring	40
3.5	Validitet	40
3.6	Etiske betraktninger	42
3.6.1	Informert og fritt samtykke	42

3.6.2	Behandling av personopplysninger	42
3.6.3	Anonymisering og oppbevaring av datamaterialet.....	42
3.6.4	Barn og unges deltakelse i forskning	43
3.6.5	Tilbakeføring av forskningsresultatene	43
4	Resultater.....	44
4.1	Faktoranalyse av metakognitive variabler	44
4.2	Deskriptiv analyse av målte variabler	47
4.2.1	Vurdering av variablenes fordeling og reliabilitet	48
4.3	Bivariat korrelasjonsanalyse.....	49
4.4	Hierarkisk regresjonsanalyse.....	51
4.4.1	Vurdering av prediktorvariablenes forklaringseffekt på matematiske ferdigheter	54
5	Drøfting av resultater	56
5.1	Validitet	56
5.1.1	Statistisk validitet	57
5.1.2	Indre validitet	62
5.1.3	Begrepsvaliditet.....	64
5.1.4	Ytre validitet.....	67
5.2	Drøfting av undersøkelsens funn i lys av eksisterende teori og empiri.....	69
5.2.1	Sammenhengen mellom metakognitiv kunnskap og ferdigheter i matematikk .	69
5.3	Konklusjon og oppsummering.....	73
5.3.1	Implikasjoner.....	74
	Referanser.....	76
	Vedlegg	81
A.	E-post til skolen.....	82
B.	Informasjonsbrev og samtykkeerklæring til foresatte.	84
C.	Spørreskjema	87
D.	Prosjektvurdering.	92
E.	Bekreftet endringsmelding fra NSD.	94

Tabeller og figurer

Tabell 1. Oversikt over spørsmål 1-17 i spørreskjema.....	38
Tabell 2. Roterte faktorladninger.....	44
Tabell 3. Korrelasjoner mellom faktor 2, 3 og 4.....	46
Tabell 4. Oppsummeringstabell for variablene som inngår i faktor 1 og 2.....	47
Tabell 5. Deskriptive data for variablene i undersøkelsen.....	48
Tabell 6. Korrelasjonstabell for sammenhengen mellom variablene i undersøkelsen.....	50
Tabell 7. Hierarkisk regresjonsanalyse som viser prediktorvariablenes forklaringseffekt på elevenes matematiske ferdigheter. (N = 53).....	52
Tabell 8. Hierarkisk regresjonsanalyse: Metakognitiv kunnskaps forklaringseffekt på matematiske ferdigheter, når det er kontrollert for arbeidsminne. N = 53.....	53
Figur 1. Forklaringseffekten av metakognitiv kunnskap og arbeidsminne på ferdigheter i matematikk.....	54

1 Innledning

Menneskets hjerne og dens kognitive fungering er sammensatt, og vanskelig å forstå seg på. Hva er det egentlig som spiller inn, når man for eksempel skal løse en oppgave i matematikk? Og hva er årsaken til at noen elever presterer bedre enn andre? Forskning på betydningen av kognitive aspekter i matematikkfaglig utvikling, er viktig for å få en bedre forståelse og kunne nå fram til gode resultater i praksis. Sammenlignet med studier gjort på lese- og skrivevansker, er det gjort mye mindre forskning på matematikkvansker. Men interessen for dette studiefeltet øker hurtig. Årsaken til at dette har vært studert i en mindre skala, kan komme av at de typiske utviklingsmønstrene for matematiske ferdigheter er mer komplekse, og vanskeligere å forstå.

Ifølge Kunnskapsløftet (Kunnskapsdepartementet, 2006) er grunnleggende ferdigheter i regning et mål i alle fag. Videre vises det til at matematikk som fag griper inn i mange viktige og vitale samfunnsområder som medisin, økonomi, teknologi, kommunikasjon, energiforvaltning etc. Dermed er en solid kompetanse i matematikk, en forutsetning for utvikling av samfunnet. Gode matematiske kunnskaper er videre viktig for hver enkelt av oss. Det legger grunnlaget for videre utdanning, deltakelse i yrkesliv og fritidsaktiviteter. Matematikk påvirker også vår identitet, tenkemåte og forståelsen av oss selv.

Kunnskapsløftet (Kunnskapsdepartementet, 2006) peker på at matematikk, også innebærer skriftlig og muntlig problemløsning. Problemløsning er en viktig del av den matematiske kompetansen. Dette betyr å analysere og omforme et problem til matematisk form, løse det, og så vurdere gyldigheten av det. Under problemløsning i matematikk må eleven reflektere over egen tenkning, oppgave, strategi og selve problemløsningsprosessen (Flavell, Miller & Miller, 2002). På bakgrunn av dette er det blitt hevdet at metakognisjon synes å være en viktig faktor for å lykkes i matematikk (Desoete, Roeyers & Buysse, 2001; Panaoura & Phillipou, 2007). Metakognisjon referer til refleksjon, forståelse og kontroll av egen læring. Flere studier har indikert at elever som har en høyere grad av metakognitiv bevissthet, er mer strategiske og presterer bedre i læringsaktiviteter enn elever som har en lavere grad av metakognitiv bevissthet (Schraw & Dennison, 1994). Svært mange studier har prøvd å lete fram ulike variabler som kan forklare variasjoner i matematiske ferdigheter, men relativt få har egentlig sett på hva metakognisjon kan bidra med i denne sammenheng.

Formålet med denne oppgaven er å belyse om metakognitiv kunnskap kan forklare variasjon i matematiske ferdigheter. Det er en empirisk oppgave, som tar utgangspunkt i et kognitivt perspektiv på matematikkfaglig utvikling og matematikkvansker hos barn. Det presenteres teorier og ulike empiriske funn, som omhandler hvilke kognitive aspekter som synes å ha betydning for variasjon i matematiske ferdigheter. Og på bakgrunn av dette ble det gjennomført en kvantitativ undersøkelse av 53 elever på 8.trinn, med følgende problemstilling:

”Kan metakognitiv kunnskap forklare variasjon i matematiske ferdigheter, etter at det er kontrollert for arbeidsminne?”

1.1 Oppgavens inndeling

I dette kapittelet er bakgrunn for valg av tema, og formålet med oppgaven presentert.

I kapittel 2 presenteres teorien og empirien som ligger til grunn for problemstillingen. Gjennom teori og empiri belyses hva som kan ligge til grunn for variasjon i matematiske ferdigheter hos barn med og uten matematikkvansker, med særlig fokus på arbeidsminne. Videre vil sammenhengen mellom kognitiv og metakognitiv prosesser i matematikk behandles, før empiriske studier av metakognisjon presenteres.

Undersøkelsens metodiske tilnærming og design redegjøres i kapittel 3. Her beskrives utvalget, hvordan variablene er operasjonalisert, prosedyre og skåring, før validitetskrav forklares. Avslutningsvis kommenteres etiske betraktninger knyttet til undersøkelsen.

I kapittel 4 presenteres undersøkelsens resultater med deskriptiv og analytisk statistikk. Først presenteres faktoranalysen av de metakognitive variablene. Deretter kommenteres utvalgets fordeling og variablenes reliabilitet. Videre vises det til bivariat korrelasjonsanalyse, før regresjonsanalyser belyser metakognitiv kunnskaps forklarings effekt på matematiske ferdigheter.

I det siste kapittelet blir undersøkelsens resultater og funn drøftet i lys av ulike validitetskriterier. Videre vil disse resultatene diskuteres i forhold til tidligere teori og empiri. Til slutt vil oppgaven kort oppsummeres, før det avsluttes med en konklusjon og implikasjoner.

2 Teoretisk og empirisk bakgrunn

I dette kapitlet presenteres teori og empiri, som ligger til grunn for forskningsspørsmålet i denne undersøkelsen. Det vises til hvordan studier med ulikt design, bidrar til kunnskap om matematikkvansker, for deretter å presentere ulike kognitive årsaksforklaringer og problemer knyttet til matematikkvansker. Videre vil faktorer som kan bidra til å forklare variasjoner i matematiske ferdigheter presenteres. Siste del behandler metakognisjon, og belyser i hvilken grad metakognitiv kunnskap har betydning for matematikk.

2.1 Hvordan få kunnskap om matematiske ferdigheter?

Når man skal studere matematiske ferdigheter, finnes det flere ulike designtyper. I studier av matematiske ferdigheter bør man se på hva som kan forklare matematiske vansker. Dette vil kunne gi en dypere forståelse av hva som kan forklare variasjon i ferdighetene. I studier av matematikkvansker ser man videre etter hva som kjennetegner disse spesifikke vanskene. Matematiske ferdigheter avhenger av et komplekst samspill mellom det verbale og nonverbale kognitive system. Dermed er det sannsynlig å anta at matematikkvansker kan være et resultat av flere underliggende faktorer (Hulme & Snowling, 2009). For å kunne identifisere disse foreslår Hulme og Snowling (2009) at man ser på korrelasjoner mellom variabler som kan være aktuelle.

I følge Hulme og Snowling (2009) kan ikke en korrelasjon bevise noen årsak, men den gir et startpunkt å jobbe ut i fra. I korrelasjonelle design forsøker man å finne variabler som på et bestemt tidspunkt kan predikere en kriterievariabel målt på et påfølgende tidspunkt, eller man søker mulige kausale forhold mellom variabler og styrken mellom disse (Gall, Gall & Borg, 2007). Korrelasjoner mellom mulige årsaker til en utviklingsvanske tidlig i livet, og symptomer for vansken målt senere i livet vil hjelpe oss å utvikle teorier på hva som forårsaker en utviklingsvanske (Hulme & Snowling, 2009). Derfor er det også viktig med longitudinelle studier. Målinger gjort på ett tidspunkt kan ikke vise til en økning i prestasjoner over tid, noe som kan være fundamentalt for å kunne forstå læring og vansker knyttet til læring. Videre kan det tenkes at målinger på en variabel vil kunne vise til vansker på et

bestemt tidspunkt, mens man på et senere tidspunkt ikke vil kunne se de samme problemene (Jordan, Kaplan & Hanich, 2002).

Eksperimentelle studier vil være viktig for å kunne trekke sikrere slutninger angående hva som kan forårsake vansker i matematikk eller hva som kan forklare variasjon i matematiske ferdigheter. I eksperimentelle design foregår det påvirkning under kontrollerte vilkår for lettere å kunne studere mulige virkninger av disse. Opplegget omfatter en eksperiment- og en kontrollgruppe, og en slik design anses som den sterkeste av de kvantitative metodene for å fastslå kausale effekters forhold mellom to eller flere variabler (Gall, Gall & Borg, 2007).

Som det vil fremgå av teori og empiri som ligger til grunn i denne oppgaven, er mye av forskningen som er gjort på ferdigheter i matematikk og matematikkvansker, gruppestudier som studerer ulike grupper av barn. Gruppene sammenlignes for å finne forskjeller og likheter knyttet til matematiske ferdigheter og kognitive funksjoner. Gruppestudier brukes til å oppdage mulige kausale forhold mellom variabler, (Gall, Gall & Borg, 2007).

I følge Christophersen (2002) representerer ulike forskningsdesign og målemetoder ulike kilder til usikkerhet, som videre gjør det vanskelig å trekke slutninger på grunnlag av resultater fra enkeltundersøkelser. Han beskriver metaanalyse som er en metode som brukes til syntesedanning av forskningsresultater. Her ser man på en rekke undersøkelser som tar utgangspunkt i samme problemstilling, og videre baserer man sine slutninger på analyser av resultatene fra de forskjellige undersøkelsene. Den usikkerheten som viser seg i enkeltundersøkelser gjør det rimelig å anta at resultatene fra disse ulike studiene vil variere, og derfor vil resultatene fra enkeltundersøkelsene analyseres med sikte på å belyse hvorfor resultatene varierer. Dermed er grunnlaget for å trekke slutninger om en problemstilling bedre enn i enkeltundersøkelser. En metaanalyse bidrar altså først og fremst til å styrke ytre validitet og grunnlaget for å konkludere, men en metaanalyse vil også gi et bedre vurderingsgrunnlag når det gjelder statistisk validitet og begrepsvaliditet. I forhold til indre validitet kan en metaanalyse derimot bidra i mindre grad enn det enkeltundersøkelser gjør. I tillegg vil en metaanalyse generelt sett være et godt bidrag til å utvikle teori på et fagfelt (Christophersen, 2002).

Videre i dette kapittelet presenteres teori og empiri som bygger på ulike studier av hva som kan forklare matematikkvansker, og hva som kan predikere matematiske ferdigheter.

2.2 Matematikkvansker

Ulike studier har forsøkt å identifisere faktorer som kjennetegner barn med matematikkvansker. Det meste av forskningen som har tatt for seg matematikkvansker har fokusert på barn som har vansker med grunnleggende matematiske ferdigheter, som er målt med standardiserte tester (Hulme & Snowling, 2009). I disse studiene defineres ofte matematikkvansker som en spesifikk vanske. The Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorder (DSM-IV; American Psychiatric Association, 1994, ref. i Hulme & Snowling, 2009) definerer matematikkvansker følgende: "mathematical ability, as measured by individually administered standardized tests is substantially below that expected given the person's chronological age, measured intelligence and age-appropriate education."

Å fastslå et barns vansker i matematikk er vanskelig fordi matematiske ferdigheter er mange, komplekse og forskjellige. Hvordan kan man for eksempel se en sammenheng mellom addisjon og multiplikasjon, og høyere matematiske ferdigheter som geometri og algebra? I praksis kan for eksempel matematikkvansker på et tidlig tidspunkt vise seg gjennom vansker med telling (Hulme & Snowling, 2009). Hvis et barn har problemer med telling kan dette føre til at de får problemer med å tilegne seg og velge hensiktsmessige prosedyrer for regning, noe som igjen kan gi problemer med å danne seg grunnleggende kunnskaper i langtidsminnet. Dette kan være årsaken til at eldre barn viser vansker, fordi de ikke har dannet grunnleggende kunnskaper knyttet til prosedyrer på et tidlig tidspunkt i utviklingen (Hulme & Snowling, 2009). I følge Desoete, Roeyers og Huylebroeck (2006) involverer matematisk problemløsning også flere kognitive ferdigheter. Dette fører videre til at man kan se et spekter av potensielle vansker, som kan baseres på en eller flere av disse kognitive ferdighetene.

I følge Swanson og Jerman (2006) er det usikkert hvor stor prosent av elevene i skolepliktig alder som har matematikkvansker, dette kommer blant annet av store variasjoner i hvordan matematikkvansker blir definert. Desoete, Royers og DeClercq (2004) foreslår et sted mellom 3-8 %. De mener et signifikant antall barn viser dårlige prestasjoner i matematikk. De foreslår videre at matematikkvansker er like vanlig som lesevansker, og at lignende vansker kan vise seg hos disse to gruppene. I følge Geary (2004) har mellom 5 – 8 % av barn i skolepliktig alder en form for matematikkvansker.

2.2.1 Kognitive årsaker til matematikkvansker

Hulme og Snowling (2009) presenterer fire ulike årsaker til matematikkvansker. Den første er størrelsesproblemer, og vansker med grunnleggende tallkunnskap. Dette viser seg gjennom problemer med å lære seg tall, den lyden som representerer dette og den mengden tallet representerer. Den neste er problemer med telling og tellehastigheten. Videre er det problemer med lagring av ny kunnskap, og gjenhenting av allerede lagret kunnskap fra langtidsminnet. Personen klarer ikke å lagre numerisk fakta, som automatisering av grunnleggende regnestykker, for eksempel $5+3=8$. Dette vil videre gi problemer med å hente fram fakta fra langtidsminnet. Til slutt er det oppmerksomhetsproblemer og arbeidsminneproblemer, noe som viser seg gjennom valg av uhensiktsmessige strategier. Feil strategi velges på grunn av problemer med å lagre og manipulere informasjonen i arbeidsminne, eller det kommer av oppmerksomhetsproblemer som fører til feil valg.

Geary (2004) hevder at elever kan ha vansker i en eller flere undergrupper av matematikk på bakgrunn av selektive kognitive vansker, mangelfull eller utilstrekkelig læring eller en kombinasjon av ulike faktorer. Han har videre foreslått tre ulike typer kognitive vansker som kan forårsake matematikkvansker: Prosedurale vansker, semantiske vansker og visuo-spatiale vansker. Prosedurale vansker referer til vansker knyttet til implementering av fremgangsmåter. Ved prosedurale vansker viser barna svakheter med å observere stegene i en fremgangsmåte, og de gjør mange feil i denne implementeringen. De velger umodne strategier i form av enkle regnestrategier, som kan tilknyttes verbale minneproblemer. Semantiske vansker viser seg i form av at elevene ikke klarer å lagre kunnskaper slik at de oppnår automatisering, dermed blir ikke grunnleggende kunnskaper automatisk hentet frem fra langtidsminnet, slik det gjør hos elever med adekvate ferdigheter knyttet til matematikk. Semantiske vansker kan altså assosieres med vansker med gjenhenting av fakta fra langtidsminne, og dermed viser barna viser svake retrievalferdigheter eller gjenhentingsferdigheter. Videre ser Geary (2004) en sammenheng mellom disse når han mener han at svake gjenhentingsferdigheter av grunnleggende matematisk fakta fører til vansker med regneprosedyrer og videre til umodne strategier. Visuo-spatiale vansker involverer problemer med den spatiale representasjonen av tall, og problemer knyttet til vurderingen av rom og retning.

2.3 Hvilke kognitive problemer karakteriserer barn med matematikkvansker?

Geary og Hoard (2003) hevder at sammenlignet med barn som presterer normalt i matematikk, viser barn med matematikkvansker en forsinkelse i utviklingen av forståelsen av konseptet med telling. Disse barna synes å ha vansker med å forstå at rekkefølgen er irrelevant i telling, og at et objekt eller et tall kun kan telles en gang. Svak tellekunnskap fører videre til forsinket utvikling i bruk av telling for å løse regneoppgaver (Geary, 2004). Barn med matematikkvansker bruker umodne tellebaserte prosedyrer som er typisk for yngre barn, og gjør flere prosedurale feil i matematisk problemløsning. Bruk av umodne prosedyrer kan komme av deres svake forståelse av konseptet med telling, og dårlige ferdigheter når det gjelder å oppdage og korrigere seg selv når de gjør slike feil (Geary & Hoard, 2003). Ifølge Geary (2004) kan slike tellefeil hos barn med matematikkvansker, indikere problemer med å holde på informasjonen i arbeidsminnet. Barn med matematikkvansker har også problemer med å gjenhente kunnskap fra langtidsminnet for å løse matematiske oppgaver. Vansker knyttet til gjenhenting av kunnskap, kan komme av vansker med lagring og adgang til langtidsminne, og/eller at de ikke klarer å forhindre irrelevante informasjon i å forstyrre arbeidsminne under problemløsning (Geary & Hoard, 2003; Geary, 2004).

Lærevansker i matematikk innebærer mangelfull forståelse og svake ferdigheter på flere områder i matematikk, som nevnt ovenfor. Det ser ut til at underliggende kognitive faktorer som langtidsminne og arbeidsminne, kan ha betydning for vanskene disse barna opplever. Flere vurderer arbeidsminne som en betydningsfull faktor for matematiske ferdigheter, og videre vil dette bli utdypet nærmere.

2.3.1 Arbeidsminnet

I følge Hulme og Snowling (2009) stiller matematikk store krav til arbeidsminnet. Hvis man for eksempel legger sammen tallet 13 og 14 i talt form, må man kunne huske to tall. Videre må man gjenhente, bruke riktig prosedyre, før man til slutt artikulterer svaret. Dette involverer å holde informasjonen i arbeidsminnet, mens man samtidig gjenhenter og behandler annen informasjon.

Geary (2004) hevder at et karakteristisk kjennetegn på barn med matematikkvansker, er problemer med arbeidsminnet. Ifølge Baddeley (1986) består arbeidsminnet av tre

komponenter, hvor han beskriver den sentrale styringsenheten som en veileder som styrer sine to slavesystemer, den fonologiske sløyfen og den visuo-spatiale skisseblokken. Den sentrale styringsenheten står for valg av strategier og den henter også fram informasjon fra langtidsminne, videre koordinerer den de ressursene som er tilgjengelig for slavesystemene. Langtidsminne lagrer informasjon over lengre tid. Slavesystemene er ansvarlig for korttidshukommelsesprosessene, og har forskjellige funksjoner. Den sentrale styringsenheten er altså ”hjernen” i arbeidsminne.

Tronsky og Royer (2003) mener arbeidsminnet er en kognitiv ressurs. De understreker viktigheten av automatisering, hvor de hevder at automatiserte kunnskaper frigjør ressurser fra arbeidsminnet, som videre kan brukes til mer avansert problemløsning i matematikk. Med andre ord, færre ressurser fra arbeidsminnet kreves for å løse et problem når automatisering utvikles. Hurtig gjenkalling kan dermed ses å være en forløper for utviklingen av ferdigheter som man trenger i mer avansert problemløsning. Studier har vist at arbeidsminnet ikke belastet ved bruk av retrieval-strategier, og den fonologiske sløyfen involveres kun når problemløsningen krever at personen bruker enkle tellestrategier for å løse en oppgave.

Gathercole, Pickering, Knight og Stegmann (2004b) studerte sammenhengen mellom arbeidsminne og prestasjoner i matematikk hos 7-14 år gamle barn. Resultatene viste at det var en signifikant korrelasjon mellom elevenes prestasjoner på en matematikktest, og skåre på arbeidsminne. På bakgrunn av resultatene hevder Gathercole et. al (2004b) at intellektuelle operasjoner i matematikk er begrenset av kapasiteten på arbeidsminnet.

2.3.2 Den strukturelle organiseringen av arbeidsminnet – en tredeling?

Flere studier viser altså til at arbeidsminne er en kognitiv prosess, og at vansker på dette området kan være en av forklaringene til matematikkvansker. Mange av disse studiene følger Baddleys forklaring av arbeidsminne. Hvis arbeidsminne er viktig for å forklare matematikkvansker og matematiske ferdigheter, er det videre viktig at det finnes støtte for denne tredelingen av arbeidsminne.

Gathercole, Pickering, Ambridge og Wearing (2004a) gjorde en korrelasjonell studie, på utviklingen av arbeidsminne hos barn fra 4 til 15 år. Et viktig mål med denne studien var å undersøke den strukturelle organiseringen av arbeidsminnet på forskjellige alderstrinn. Videre

ville de se om det fantes støtte for Baddeleys tredeling. Her ble barna testet i ulike arbeidsminnetester for hver komponent av arbeidsminnemodellen. Det ble gitt til sammen ni oppgaver til hvert barn. Åtte av disse er fra Pickering og Gathercoles testbatteri for arbeidsminne (Pickering & Gathercole 2001, ref i Gathercole et al 2004a), mens den siste er en visual pattern test (Gathercole et al. 2004a). Oppgavene ble delt inn i tre gupper, og testet de tre komponentene i arbeidsminne: verbalt minne (fonologisk sløyfe), den sentrale styringsenheten og visuo-spatialt minne.

Opgavene som måler den fonologiske sløyfen er verbale oppgaver og går ut på å huske og gjenkalle tall (digit recall), ord (word recall) og nonord (nonword recall). Oppgavene som måler den sentrale styringsenheten er komplekse. I listening recall lytter barna til en rekke korte setninger hvor de skal vurdere sannferdigheten komme med svaret ”ja” eller ”nei” i forhold til hver setning. Videre skal de gjenkalle det siste ordet i hver setning i den samme rekkefølgen som setningene ble presentert. I counting recall teller de prikker i en serie av rekker for så å gjenkalle den mengden prikkene representerer, og i den samme rekkefølgen de ble presentert. I den siste komplekse oppgaven som måler den sentrale styringsenheten, brukes tallhukommelse baklengs (backward digit recall). Her skal barna huske og gjenkalle tallrekker som blir lest opp, men i omvendt rekkefølge. Oppgavene som måler den visuo-spatialle skisseblokken er visuelle oppgaver. I block recall vises ni forskjellige trekuber tilfeldig plassert på et bord. Testlederen tar bort blokker, og barnets oppgave er å repetere den samme sekvensen i samme rekkefølge. I mazes memory skal barnet huske veien gjennom en labyrinth, denne veien presenteres ved at testlederen følger en rute som er tegnet opp gjennom labyrinthen med fingeren, deretter får barnet samme labyrinth, men uten en opptegnet rute. Den siste oppgaven (visual patterns) er egentlig et mål på visuell korttidshukommelse, hvor barna skal studere et todimensjonalt gitter som består av noen fylte felt som er svarte og noen åpne felt som er hvite. Deretter får barna et blankt gitter hvor de skal merke de rutene som var fylt i det første gitteret.

Gjennomsnittsskåren for hvert mål viser at økende alder gir bedre resultater på testene. På tallhukommelse baklengs skårer gutter i gjennomsnitt 5.6 og jenter 5.8 i alderen 4 år. Ved 15 år viser gjennomsnittsskåren seg å være 18.8 for gutter og 17.9 for jenter. I en multivariat variansanalyse (MANOVA) på tre de komplekse arbeidsminneoppgaver (backward digit span, counting recall og listening recall) for barn fra 6 år og oppover, viste det seg en høy signifikant effekt på alder ($p < .001$). De samme mønstrene viste seg i forhold til en MANOVA

på den ene arbeidsminneoppgaven (backward digit recall) hos barn i alderen 4 og 5 år. De så altså at økende alder ga seg utslag i bedre skårer på de komplekse arbeidsminnetestene. Det antas dermed at med økende alder vil barn bli i stand til mer avanserte strategier og prosessering som støttes av den sentrale styringsenheten og som forbedrer lagringskapasiteten i de to slavesystemene.

I denne studien ble det gjort funn som styrker Baddeleys tredeling. Funnene indikerer at denne tredelingen viser seg fra 6-årsalderen, men muligens også tidligere. De fant videre at økende alder gir bedre resultater på testing av arbeidsminne. Dette styrker antagelsen om at den sentrale styringsenheten er ansvarlig for koordineringen av informasjonen i arbeidsminne, og for overføring og gjenhenting av informasjon mellom den sentrale styringsenheten og slavesystemene. I tillegg er den sentrale styringsenheten ansvarlig for regulering, som inkluderer oppmerksomhet, kontroll av egne handlinger og problemløsning. Videre fant de en sammenheng mellom den sentrale styringsenheten og den fonologiske sløyfen, og en sammenheng mellom den visuo-spatiale skisseblokken og den sentrale styringsenheten. Det viste seg at visuo-spatiale faktorer assosierte høyere med den sentrale styringsenheten enn med den fonologiske sløyfen, dermed er dette med på å styrke Baddeleys tredeling ytterligere.

2.3.3 Har barn med matematikkvansker problemer med arbeidsminnet og prosessering?

I en studie av Geary, Hoard, Byrd-Craven, Nugent og Numtee (2007) ble grupper av barn med matematikkvansker (n=15) og barn som ble definert som svake i matematikk (n=44) sammenlignet. De to gruppene ble også sammenlignet med en kontrollgruppe, som bestod av barn som var gjennomsnittlige i matematikk (n=46). Målet med undersøkelsen var å identifisere kognitive mekanismer, som synes å ha betydning for vanskene elevene har i matematikk i de ulike gruppene. Dersom det fantes gruppeforskjeller, ble det undersøkt om disse forskjellene kunne knyttes til de ulike komponentene arbeidsminnet.

For å kartlegge barnas IQ og prestasjoner ble det benyttet standardiserte tester som, Raven's Coloured Progressive Matrices, deltester fra Wechsler Abbreviated Intelligence Scale og Wechsler Individual Achievement Test – II – Abbreviated. For å kartlegge matematiske ferdigheter, ble barna testet på målene tallgrupper, tallinjen, tellekunnskap og addisjonsstrategier. Arbeidsminne ble målt med The Working Test Battery for Children, og prosesseringshastighet med Rapid Automatized Naming. I sistnevnte test, ble barnet bedt om

å benevne bokstaver og tall så hurtig som mulig, uten å gjøre feil. Testingen foregikk i på våren i barnehagen, og på våren og høsten i første klasse. Gjennomsnittsalderen for barn med matematikkvansker, og barn som var svake i matematikk var 73 måneder ($SD = 4$) ved første testing. Gjennomsnittsalder for kontrollgruppen, var 76 måneder ($SD = 4$), (Geary et al. 2007).

Resultatene viste at barn som var gjennomsnittlige i matematikk, var hurtigere og mer nøyaktig i prosessering av ulike former for tallgrupper, enn barn som var svake i matematikk. Barn med matematikkvansker hadde større vanskeligheter med å identifisere korrekte tallgrupper, enn barn som var svake i matematikk. Flere områder i matematikk bygger på en slik grunnleggende forståelse av grupper av objekter eller tall, og evnen til å manipulere disse gruppene. Elever med matematikkvansker hadde også større problemer med å oppdage doble tellefeil (hvis et objekt blir talt to ganger), enn barn som er svake i matematikk. Barn med matematikkvansker benyttet med mer umodne og tellebaserte strategier, gjorde flere feil i utføringen av strategiene, og hadde flere gjenhentingsfeil enn barn som var svake i matematikk. Kontrollgruppen hadde mer faktakunnskap i addisjon, og hadde bedre ferdigheter i dekomposisjonsstrategier og i utføring av tellebaserte strategier. Barn med matematikkvansker og barn som er svake i matematikk brukte sjelden dekomposisjonsstrategier, og de kunne få addisjonsfakta (Geary et al., 2007).

Disse resultatene synes å samsvare med en studie av Ostad og Sorensen (2007), som undersøkte privat tale og strategibruk i addisjon hos barn med og uten matematikkvansker. Resultatene viste at barn med matematikkvansker benyttet i større grad backup-strategier (tellebaserte strategier) sammenlignet med barn uten matematikkvansker. Ostad og Sorensen (2007) hevder at dette kan indikere problemer med arbeidsminne hos barn med matematikkvansker.

Geary et al. (2007) undersøkte videre om prosesseringshastighet og arbeidsminne hadde betydning for de observerte gruppeforskjellene i matematiske ferdigheter. Resultatene viste at det var den sentrale styringsenheten som syntes å ha betydning for vansker knyttet til telling, tallrepresentasjon og addisjonsstrategier, som kjennetegnet barn med matematikkvansker. Det var også en sammenheng mellom visuo-spatialt arbeidsminne, og evne til å oppdage tallgrupper og danne representasjoner av tallinjen. Geary et al. (2007) antyder derfor at barn med matematikkvansker synes å ha en svakhet i representasjonssystemet for tall. Resultatene viste videre at fonologisk minne og den visuo-

spatiale skisseblokken kan ha betydning for gruppeforskjellene i telling. Det er mulig at telleferdigheter involverer hele arbeidsminnet, og påvirkes av prosesseringshastighet. Barn med matematikkvansker skårer dårligere på både arbeidsminne og prosesseringshastighet, enn både matematikksvake barn og kontrollgruppen. Oppsummert viser resultatene fra denne undersøkelsen, at matematikkvansker primært kan knyttes til problemer med den sentrale styringsenheten.

Andersson (2010) sammenlignet matematiske og kognitive ferdigheter hos barn med matematikkvansker, barn med matematikk- og lesevansker, barn med lesevansker og barn uten lærevansker med gjennomsnittlige ferdigheter. 249 barn på 3. til 4.trinn og 5. til 6.trinn (alder, 9 – 13 år) deltok i undersøkelsen. Innsamlingen av data ble gjort ved tre målinger, i løpet av en tre års periode. Testbatteriet bestod av ni oppgaver for måling av matematiske ferdigheter, seks oppgaver for kognitive mål og to tester som mål på intelligens.

Resultatene viste at barn med matematikkvansker har problemer med gjenhenting av kunnskap, noe som samsvarer med tidligere studier av blant annet Ostad og Sorensen (2007), og Geary et. al (2007). Videre viste resultatene at barn med matematikkvansker hadde en svak forståelse av grunnleggende matematiske komponenter, som for eksempel titalls- og plassverdisystemet, og sammenhengen mellom regneoperasjoner i de fire regneartene. Barn med matematikkvansker viste svake prosedurale kunnskaper og ferdigheter. Andersson (2010) hevder at vanskene må sees i sammenheng med at disse barna også har svak grunnleggende matematisk forståelse. Barn med matematikkvansker har mangelfulle faktakunnskaper i de fire regneartene, noe som fører til svake gjenghittingsferdigheter, og dette virker videre inn på deres prosedurale kunnskap og ferdigheter. Resultatene viser også at barn med matematikkvansker strever med problemløsning, og at dette er relatert til problemer med å identifisere og konstruere en representasjon av problemet, og planlegging av hvordan oppgaven skal løses. Kunnskap om tid og klokken, er også et område hvor barn med matematikkvansker strever.

Andersson (2010) hevder derfor at barn med matematikkvansker, viser svakheter og mangelfull forståelse innenfor flere områder i matematikk. Og årsaken til disse vanskene kan være svakheter i grunnleggende kognitive funksjoner. Ifølge Andersson (2010) har barn med matematikkvansker generelle vansker med å prosessere og representere visuo-spatial informasjon i arbeidsminnet. Resultatene viste derimot ingen vansker knyttet til verbal arbeidsminnekapasitet, eller evne til å gjenhente semantisk og fonologisk informasjon fra

langtidsminnet. Resultatene viste at kognitive funksjoner kan i en viss grad forklare matematikkvansker, men andre forklaringer må også vurderes. Alternative forklaringer kan være at barn med matematikkvansker har en grunnleggende vanske knyttet til å forstå og manipulere tall (Andersson, 2010).

Swanson og Jerman (2006) har i en metaanalyse tatt for seg 28 studier som sammenligner kognitive funksjoner hos elever med matematikkvansker versus elever som presterer gjennomsnittlig, matematikkvansker versus lesevansker og elever med matematikkvansker versus elever som har sammensatte eller kombinerte vansker (matematikkvansker og lesevansker). Målet for denne metaanalysen er å identifisere hva som karakteriserer barn med matematikkvansker på et kognitivt plan. I ulike studier er det blitt undersøkt kognitive prosesser som antas å kunne ligge til grunn for matematikkvansker. Noen mener at barn med matematikkvansker har en grunnleggende forståelse av tall, men liten forståelse av mengder, mens andre mener at barn med matematikkvansker har vansker med å holde informasjonen i arbeidsminnet, i tillegg til at de har problemer med å overvåke utregningsprosessen. Videre er det blitt hevdet at barn med matematikkvansker både har vansker med å løse enkle og komplekse regneoppgaver, noe som kan antyde både prosedurale vansker og vansker knyttet til arbeidsminne (Swanson & Jerman, 2006).

Resultatene fra metaanalysen viser noen forskjeller i de kognitive evnene mellom barn med matematikkvansker, og gruppene som det sammenlignes med. Dette vises gjennom effektstørrelser når man sammenligner barna med matematikkvansker, med barna i de andre kategoriene. Swanson og Jerman (2006) har benyttet effektstørrelsen Cohens d , og regner en effektstørrelse på .80 til å være betydelig, .50 til å være moderat og .20 til å være marginal. Når det gjelder de målene som brukes for å sammenligne mellom gruppene, har de organisert kognitive oppgaver i 17 kategorier, som igjen er delt inn i 10 større områder. Disse omfatter lese- og skriveferdighet, verbal problemløsning, hurtig benevning, visuospatial problemløsning, langtidsminne, kortidsminne for ord, kortidsminne for tall, verbalt arbeidsminne, visuospatialt arbeidsminne og oppmerksomhet. På tvers av alle kategorier ser man at effektstørrelsen mellom barn med matematikkvansker og barn som presterer gjennomsnittlig er moderat ($d = -.52$), mens den er lav ($d = -.10$) mellom elever med matematikkvansker og elever med lesevansker og lav ($d = .26$) mellom elever med matematikkvansker og de elevene med kombinerte vansker. Totalt sett viser dette at man

finner større forskjeller knyttet til kognitive oppgaver mellom elever med matematikkvansker, og de elevene som presterer gjennomsnittelig i matematikk.

Mer konkret ser man at det varierer mellom gruppene når det gjelder kognitive evner. Effektstørrelser som har en høyere verdi enn 0, er i favør av elever med matematikkvansker. Mellom de elevene med matematikkvansker og de som presterer gjennomsnittelig ser man en forskjell mellom verbal problemløsning ($d = -.58$), hurtig benevning ($d = -.70$), verbalt arbeidsminne ($d = -.70$), visuospatialt arbeidsminne ($d = -.63$) og langtidsminne ($d = -.72$). Her ser man at elever med matematikkvansker skårer dårligere enn elever som presterer gjennomsnittlig, på samtlige av disse oppgavene som kan relateres til minne. Når det gjelder variasjoner mellom gruppene av elever med matematikkvansker og de med sammensatte vansker viser det seg forskjeller i leseferdighet ($d = .75$), visuospatial problemløsning ($d = .51$), kortidsminne ($d = .71$) og oppmerksomhet ($d = -.57$). Her viser det seg at elever med matematikkvansker skårer dårligere på oppmerksomhet, sammenlignet med elever med sammensatte vansker. Resultatene viser ingen moderate eller store forskjeller mellom elever som kun har matematikkvansker, og elever som kun har lesevansker.

Alder, IQ og grad av matematikkvansker, hadde liten betydning for de ulike kognitive variablenes effektstørrelse. Etter at det var kontrollert for disse faktorene, var det fortsatt verbalt arbeidsminne som bidro i størst grad til forskjeller mellom elever med matematikkvansker og de uten. Resultatene er i tråd med tidligere teorier, deriblant Geary (2004), som knytter matematikkvansker til arbeidsminne.

Resultatene fra metaanalysen gir en svak støtte for at matematikkvansker og lesevansker kan skilles på bakgrunn av forskjellige kognitive prosesser. Barn med matematikkvansker har vansker som ikke er beslektet med kognitive prosesser som støtter lesing. Man kan derimot ikke se bort ifra at en mulig prediktor for matematikkvansker, er lesevansker. Swanson og Jerman (2006) foreslår flere mulige årsaker til kognitive vansker som gir seg utslag i matematikkvansker, deriblant semantisk minne. Det viste seg at verbalt arbeidsminne var det eneste målet som predikerte en samlet kognitiv fungering. Dette viser vansker knyttet til et verbalt minne, men ikke nødvendigvis til tallinformasjon.

Majoriteten av de studiene Swanson og Jerman (2006) har gjennomgått, mener at barn med matematikkvansker har vansker knyttet til arbeidsminne. Man ønsket derfor å undersøke om noen av de kognitive målene bidro unikt til en variasjon, mellom barn med

matematikkvansker og barn som presterte gjennomsnittlig i faget. Den eneste signifikante effekten som viste seg var målet for verbalt arbeidsminne, dette målet viste en effektstørrelse på -.51 mellom de to gruppene. Det blir derfor foreslått at verbalt arbeidsminne er en stor bestemmende faktor, for forskjellen mellom barna med matematikkvansker og de uten.

Barn med matematikkvansker klarer seg bedre enn barna med sammensatte vansker på tester som leseferdighet, visuospatial problemløsning, langtidsminne, korttidsminne for ord og verbalt arbeidsminne. Barn med matematikkvansker kan differensieres fra barn med lese- og skrivevansker kun med hurtig benevnningstesten og visuospatialt arbeidsminne. Selv om flere studier viser at de med matematikkvansker avviker mer på mål som inkluderer tallinformasjon, fant man i denne studien at disse oppgavene var sammenlignbare mellom gruppene. Men målene for dette er ikke å anse som tilstrekkelig for å vurdere tallinformasjon. Analyser fra undersøkelsen viser kognitive forskjeller mellom elevene med vansker i matematikk, og gjennomsnittselevne i faget, men det viser seg at et primært problem hos elever med matematikkvansker er deres prestasjoner på arbeidsminneoppgaver (Swanson & Jerman, 2006).

2.4 Hva kan påvirke utviklingen av matematiske ferdigheter?

Man ser ut fra studiene og metaanalysen presentert ovenfor, at det er god empirisk støtte for at arbeidsminne kan være viktig for matematikkvansker. Men man ser også ut fra andre studier som videre blir presentert, flere mulige kognitive faktorer som kan påvirke utviklingen av matematiske ferdigheter. Det kan dermed tenkes at arbeidsminne alene ikke kan forklare vansker i matematikk, men at det kan være en av flere faktorer som kan bidra til dette. Videre vil det vises til flere studier som kan bidra til å synliggjøre hva som kan påvirke utviklingen av matematiske ferdigheter. Her minnes det om at ulike faktorer alene ikke kan forklare en matematikkvanske, men at de bidrar til å forklare variasjoner i ferdigheter.

Jordan, Kaplan, Locuniak og Ramieni (2007) studerer i sin prediksjonsstudie barns utvikling av tallferdigheter fra barnehagen og til 1.trinn. Det er altså en longitudinell studie hvor barna testes til sammen 6 ganger, på forskjellige tidspunkt. Antall informanter er 277. Samlet inneholdt testbatteriet 7 forskjellige tester: Telling, tallkunnskap, nonverbal kalkulering, regnefortelling, tallkombinasjoner, lesing og til slutt en generell test av

matematiske prestasjoner, som ble tatt på slutten av 1.trinn. Barnas tallferdigheter i barnehagen, så vel som økningen i tallferdigheter viste seg å forklare 66 % av variasjonen på den generelle testen på slutten av 1.trinn. Til og med barnas tallferdigheter i begynnelsen av barnehagen, viste seg å korrelere høyt med testen på matematiske prestasjoner ($r = 0.70$). Alle korrelasjoner mellom matematiske prestasjoner og oppgaver fra testbatteriet for tallferdigheter er positive og signifikante på alle de seks tidspunktene for testing. Korrelasjonen mellom tallferdighet og matematiske prestasjoner viser en korrelasjon på $r = 0.70$ på første testing, mens den viste en korrelasjon på $r = 0.72$ på siste gangs testing. Variasjonen på denne korrelasjonen varierte fra $r = 0.66$ til $r = 0.73$. Testen for tidlige tallferdigheter er reliabel, og sterk til å predikere matematiske prestasjoner i slutten av 1.trinn. Bakgrunns karakteristikk som foreldres inntekt, kjønn, alder og leseferdigheter tilførte ikke en forklart variasjon over tallferdigheter.

Resultater fra undersøkelsen viser at barn som starter i barnehagen med lave tallferdigheter, men som viser en moderat økning til midten av barnehagen, skårer høyere enn barn som starter i barnehagen med lave tallferdigheter, og viser en forholdsvis flat økning i disse ferdighetene (Jordan et al., 2007). Disse resultatene kan tyde på at grunnleggende tallferdigheter er viktig i den videre utviklingen av matematiske ferdigheter. Dermed kan man anta at tidlige tallferdigheter kan være en prediktor for barns matematiske ferdigheter.

Jordan, Kaplan og Hanich (2002) gjennomførte en longitudinell studie over to år av 2. og 3. trinn elever. Målet var å undersøke økningen i prestasjoner hos elever med lærevansker knyttet til matematikk. 180 elever ble testet 4 ganger over en toårs periode. Av disse 180 elevene, klassifiserte de fire grupper av elever: Elever med matematikkvansker, elever med lesevansker, elever som presterte normalt i disse fagene og elever med kombinerte vansker (lesevansker og matematikkvansker). Det viste seg at gruppen av elever med matematikkvansker økte raskere når det gjaldt prestasjoner i matematikk, i forhold til elevene med kombinerte vansker. Leseferdigheter økte likt hos elever med lesevansker og elever med kombinerte vansker. Det kan dermed se ut til at leseferdigheter kan influere på elevers økning i matematikkferdigheter, men matematikkferdigheter ser ikke ut til å influere i samme grad på elevers økning i lesing. Dette samsvarer med Swanson og Jerman (2006) som mener at lesevansker muligens kan predikere matematikkvansker.

Jordan et al. (2002) viser videre til at unge barn som kun har vansker knyttet til matematikk viser andre mønster av kognitive vansker, enn de barna med kombinerte vansker.

Hanich, Jordan, Kaplan og Dick (2001) fant at elever med matematikkvansker på 2.trinn presterte dårligere enn normalelever på de fleste områder av matematisk kognisjon, uavhengig av om de kun hadde matematikkvansker, eller om de hadde kombinerte vansker. Derimot utklasset elever med matematikkvansker de elevene med kombinerte vansker på regneoppgaver som ble presentert muntlig (eks. ”hvor mye er $7+8$ ”) og regnefortellinger. Elever med kombinerte vansker ser ut til å ha en svakhet knyttet til språket og dette påvirker altså deres prestasjoner i matematiske oppgaver som krever bruk av dette. Derimot viser de ikke større vansker enn elever med kun matematikkvansker når det gjelder størrelser, visuo-spatial prosessering og automatisering. Resultatene fra denne undersøkelsen støtter tidligere arbeider når de konkluderer med at elever på 2.trinn som kun har matematikkvansker har en annen profil enn barn med kombinerte vansker på kognitive variabler som kan relateres til matematikk. I dette tilfellet er det gjerne knyttet opp til oppgaver som har støtte i språket (Hanich et al., 2001).

Resultatene fra studiene ovenfor indikerer at tallferdigheter, verbal kunnskap og leseferdighet, kan predikere matematiske ferdigheter. Videre presenteres en gruppestudie som undersøker om tallferdigheter og verbal kunnskap kan forklare variasjon i matematiske ferdigheter.

2.4.1 Påvirker tallferdigheter og verbal kunnskap elevers matematiske ferdigheter?

Tidligere studier har vist at barn med matematikkvansker er senere til å sammenligne tall og tallmengder, i forhold til barn uten matematikkvansker. Flere studier har også sett på hvordan arbeidsminne påvirker elever med matematikkvansker. Durand, Hulme, Larkin og Snowling (2005) ser på det som en mulighet at vansker knyttet til arbeidsminne, som assosieres med matematikkvansker kan være en sekundær vanske, hvor vansker med telling er mer grunnleggende.

Durand et al. (2005) hevder at få studier direkte har sammenlignet hvilken rolle ulike typer kognitive ferdigheter har for å predikere variasjon i lesing og matematiske ferdigheter i de samme barna. I en korrelasjonell studie foretar de en gruppesammenligning av barn med og uten vansker knyttet til matematikk og lesing, og barn med sammensatte eller kombinerte vansker. I undersøkelsen henter de informasjon fra 162 barn, i alderen 7 år og 5 måneder til 10 år og 4 måneder.

Gjennom en faktoranalyse reduseres variablene til 6 variabler som kan relateres til kognitive ferdigheter: verbale ferdigheter, nonverbale ferdigheter, fonemutstrykning, fonologisk minne, visuell prosessering og tallsammenligning. Av disse seks er det bare to som korrelerer med matematikk. Verbale ferdigheter og matematikk viser en korrelasjon på $r = .56$, mens tallsammenligning og matematikk viser en korrelasjon på $r = .50$. Nonverbale ferdigheter og matematikk har en korrelasjon på $r = .48$, og er ikke signifikant. Deres funn viser at det å sammenligne tall og tallmengder og verbal kunnskap, er to signifikante variabler for variasjon i matematiske ferdigheter. Disse variablene kan forklare 42 % av variasjonen i matematiske ferdigheter. I forkant av undersøkelsen var det forventet at tallsammenligning, nonverbale ferdigheter og visuell prosessering skulle vise seg som signifikante variabler på ferdigheter i faget. Det var allikevel bare tallsammenligning og verbale ferdigheter, som viste seg å korrelere med matematiske ferdigheter. Visuell prosessering og matematikk viste en korrelasjon på $r = .24$. Videre viste det seg at tiden barna brukte på tallsammenligningstesten, måler et grunnleggende aspekt av barns forståelse av tallstørrelser. Denne korrelerte høyt med visuell prosessering, men bare svakt med nonverbale ferdigheter. Tid på tallsammenligningstesten, viste seg dermed å være en prediktor på individuelle forskjeller i matematikk.

Durand et al. (2005) ser også på det som en mulighet at denne sammenhengen mellom tallsammenligning og matematiske ferdigheter kan være en konsekvens, framfor en årsak til variasjon i ferdigheter. I forhold til andre studier de sammenlignet seg med på dette området, var barna i deres studie yngre. Dermed anses det som sannsynlig at viktigheten av spatiale ferdigheter for matematiske prestasjoner øker, samtidig som problemkompleksiteten i faget øker. Gjennom sin studie antar de også at fonologisk prosesseringsferdighet kan være viktig for midlertidig lagring av tall i arbeidsminne, verbale tellestrategier og matematisk faktakunnskap.

Resultatene fra disse studiene har indikert at det fonologiske aspektet ved arbeidsminnet påvirker matematikkferdigheter. Nedenfor presenteres derfor en studie av Hect, Torgesen, Wagner og Rashotte (2001) som undersøker relasjonen mellom fonologiske prosesseringsferdigheter og individuelle forskjeller i matematikk.

2.4.2 Betydningen av fonologiske prosesseringsferdigheter i matematikk

Barn med matematikkvansker har problemer med komplekse arbeidsminneoppgaver. Det er også flere studier som viser at samme type barn ikke har problemer, når det kommer til enklere oppgaver knyttet til verbalt og visuelt korttidsminne. Matematikk setter store krav til arbeidsminne- og utførelsesprosesser, og dermed kan man anta at vansker knyttet til disse oppgavene, er potensielle årsaker til problemer med å lære matematikk. Det må også nevnes at vansker knyttet til arbeidsminne og utførelse som er funnet hos barn med vansker, er så komplekse at de ofte reduseres til enklere underliggende prosesser. Det er blitt foreslått at prosesseringshastighet kan være underliggende for en økning i kapasiteten i arbeidsminne, og at eksekutive vansker hos barn med matematikkvansker kan reduseres til vansker med prosesseringshastighet (Hulme & Snowling, 2009).

Bull og Johnston (1997,) fant at prosesseringshastighet forklarte 8 % av unik variasjon i regneferdigheter hos 7-åringer, etter at det var kontrollert for forskjeller i leseferdigheter. Barn med dårligere regneferdigheter var senere enn kontrollgruppen, på oppgaver som for eksempel tallbenevning og tallmatching. Barn med dårlige regneferdigheter viste ikke noen forskjell på korttidsminneoppgaver, i forhold til kontrollgruppen. Det ble derimot ikke kontrollert for IQ, og dermed kan prosesseringshastighet være et resultat av generelle ferdigheter. I motsetning til dette, fant Durand et al. (2005) at generell prosesseringshastighet ikke var en unik prediktor for regneferdigheter, etter at det ble kontrollert for IQ og tallsammenligningshastighet. Videre bekreftet ikke undersøkelsen betydningen av fonologisk prosessering, for utvikling av matematiske ferdigheter.

Ifølge Hulme og Snowling (2009) innebærer regning bruk av fonologisk kodet informasjon, som for eksempel i bruk av verbale tellestrategier. Dermed vil altså problemer i å holde og manipulere informasjon i en fonologisk kode, gi seg utslag i problemer i regning. Studier på dette området er gjort på barn som ikke har lese- og skrivevansker, fordi det viser seg at barn med slike vansker viser problemer med fonologisk minne. Til tross for dette, er det ikke er typisk å finne vansker med fonologisk minne hos barn med matematikkvansker, når man ekskluderer mulige effekter som dårlig leseferdighet og forskjeller i intelligens. Videre hevder Hulme og Snowling (2009) at det ikke finnes klare funn på at visuo-spasiale minneproblemer kjennetegner elever med matematikkvansker. Derimot viser resultater fra

forskning at det er store forskjeller i utførelsesfunksjoner mellom barn med og uten matematikkvansker.

Resultater fra en rekke studier har gitt empirisk støtte for at fonologiske prosesseringsferdigheter influerer på leseutviklingen, og det antas å være en årsak til lesevansker. De siste årene har forskning imidlertid også antydnet at lydbaserte prosesser er vesentlig for oppgaveløsning i matematikk, og derfor kan ha betydning for utviklingen av regneferdigheter hos barn. Fonologiske prosesseringsferdigheter synes også å være en viktig faktor for å forklare samvariasjon mellom leseferdigheter og matematikkferdigheter (Hect, Torgesen, Wagner & Rashotte, 2001).

Hect et al. (2001) undersøkte sammenhengen mellom fonologiske prosesseringsferdigheter og variasjon i matematikkferdigheter, i en longitudinell korrelasjonsstudie. Fonologisk prosessering ble definert som tre ulike ferdigheter: fonologisk minne, tilgangen til fonologisk informasjon i langtidsminnet og fonologisk bevissthet. Det antas at en eller flere av disse ferdighetene har betydning for utviklingen av matematikkferdigheter (Hect et al., 2001; Ostad, 2003). Fonologisk minne er den delen av arbeidsminnet hvor koding og midlertidig lagring av lydbaserte representasjoner foregår. Under oppgaveløsning i matematikk vil fonologiske representasjoner bearbeides i arbeidsminnet, som for eksempel vil en elev omkode ”3+7=” til ”tre pluss sju er lik”. Fonologisk bevissthet forstås som barnets bevissthet og tilgang til lydstrukturen i språket.

I undersøkelsen fulgte forskergruppen 201 tilfeldig utvalgte elever fra 2. til 5. trinn. Elevenes matematikk- og leseferdigheter, fonologiske prosesseringsferdigheter og generell verbal evne ble testet. Resultatene viste at fonologiske prosesseringsferdigheter kan forklare variasjoner i matematiske ferdigheter, og at de samme fonologiske prosesseringsferdighetene som influerer på leseutviklingen, synes bidra til matematikkfaglig utvikling (Hect et. al, 2001). Med andre ord, barn som har svake fonologiske prosesseringsferdigheter vil kunne vise vansker knyttet til både matematikk og lesing. Hect et al. (2001) hevder at det ikke er leseferdigheter som forklarer variasjon i matematiske ferdigheter, men fonologisk prosesseringsferdigheter. Dette samsvarer ikke med tidligere funn, som har indikert at leseferdighet kan forklare variasjon i matematiske ferdigheter, men ikke motsatt (Swanson & Jerman, 2006; Jordan et al., 2002).

Teori og empiri presentert ovenfor har vist til ulike kognitive faktorerers betydning for variasjon i matematiske ferdigheter. Videre presenteres begrepet metakognisjon, og deretter vil sammenhengen mellom kognisjon og metakognisjon i matematikk belyses.

2.5 Metakognisjon

I løpet av de siste tretti årene har interessen for kognitive og metakognitive prosesser i skolefaglig læring og utvikling økt betraktelig (Montague & Bos, 1990). Begrepet ”metakognisjon” referer til kunnskap om kognisjon og regulering av kognisjon. Panaoura og Philippou (2007) forstår metakognisjon som bevissthet og overvåking av ens eget kognitive system og dets funksjon. Metakognisjon inkluderer derfor både hva individet selv vet om kognisjon, og hvordan individet overvåker og regulerer kognitive prosesser (Flavell, 1976; Flavell, Miller & Miller, 2002). Under problemløsning i matematikk må eleven reflektere over egen tenkning, oppgave, strategi og selve problemløsningsprosessen (Flavell, Miller & Miller, 2002). Ifølge Flavell (1976) er derfor metakognisjon vesentlig for vellykket problemløsning. Eleven må vite noe om hvordan, hvor, når og hvorfor lagre og gjenkalle kunnskap, for å kunne benytte kunnskapen hensiktsmessig i problemløsning.

Metakognitiv kunnskap handler om elevens tilegnede kunnskap og oppfatninger om kognisjon. Flere teoretikere snakker om ulike subtyper av metakognitiv kunnskap. Flavell, Miller og Miller (2002) deler metakognitiv kunnskap inn i tre deler: Person, oppgave og strategi. Personkategorien inkluderer elevens kunnskap og oppfatninger om seg selv og andre som kognitive vesener, i ulike situasjoner hvor det stilles krav til prestasjoner (Flavell, 1979; Flavell, Miller & Miller, 2002). Oppgavekategorien omhandler kunnskap om hvordan ulike oppgaver innebærer ulik type informasjon og stiller ulike krav. Metakognitiv kunnskap om oppgave er avgjørende for hvilken tilnærming som velges, og er relevant for problemløsning (Flavell, 1979; Throndsen, 2005). Kunnskap om strategier viser til den lærendes kunnskap om ulike framgangsmåter, som kan benyttes for å bedre læring eller problemløsning (Flavell, 1979; Throndsen, 2005). Elevens kunnskap om hvilke strategier som er mest hensiktsmessig for å oppnå ulike kognitive mål, som for eksempel å oppnå forståelse, lagre og gjenkalle kunnskap eller løse ett problem (Flavell, Miller & Miller, 2002). Flavell (1979) påpeker at metakognitiv kunnskap omfatter interaksjoner eller kombinasjoner mellom to eller tre av disse variablene (person, oppgave, strategi).

Schraw (2001) skiller også mellom tre typer metakognitiv kunnskap: deklarativ, prosedural og situasjonsbetinget kunnskap. Deklarativ kunnskap viser til kunnskap om seg selv som lærende, og hvilke faktorer som kan påvirke ens prestasjoner (Schraw, 2001). Deklarativ kunnskap kan defineres som elevens kunnskap om egne ferdigheter, ressurser og evner som lærende (Schraw & Dennison, 1994). Prosedural kunnskap innebærer kunnskap om hvordan gjennomføre strategier. Elever med høy grad av prosedural kunnskap har et større repertoar av strategier, utnytter strategiene mer effektivt og kan benytte kvalitativt forskjellige strategier i problemløsning (Schraw, 2001; Schraw & Dennison, 1994). Situasjonsbetinget kunnskap innebærer å vite når og hvorfor benytte deklarativ og prosedural kunnskap (Schraw, 2001).

2.6 Sammenhengen mellom kognitive og metakognitive prosesser i matematikk

Metakognisjon forstås gjerne som refleksjon over egen kognisjon. Dette bidrar til at forholdet mellom kognisjon og metakognisjon er kompleks, noe som gjør det er vanskelig å trekke ett klart skille. Samtidig som metakognisjon beskrives som et "utenfra perspektiv" på kognisjon, er det også en del av det kognitive systemet. Noen studier har resultater som indikerer at metakognisjon og intelligens korrelerer moderat, og at metakognisjon kan gi et unikt bidrag til læring. Videre har det blitt antydnet at metakognisjon kan kompensere for kognitive begrensninger i læringsaktiviteter (Veenman, Van Hout-Wolters & Afflerbach, 2006). Garofalo og Lester (1985) beskriver relasjonen mellom kognisjon og metakognisjon, som at kognisjon er det å gjøre, mens metakognisjon innebærer å velge, planlegge og overvåke hva som blir gjort.

Desoete, Roeyers og Huylebroeck (2006) nevner flere studier som antyder at metakognitive variabler er involvert i elevers matematiske prestasjoner. Desoete, Roeyers og Buysse (2001) ser blant annet at flere kognitive ferdigheter er viktig for problemløsning i matematikk, i tillegg til dette hevder de at det er det en generell oppfatning at metakognisjon også spiller en viktig rolle i matematisk problemløsning. I en studie av sammenhengen mellom metakognisjon og matematisk problemløsning, ble det funnet at en kombinasjon av evnen til å forutse en problemløsning, og evalueringsferdigheter etter problemløsning, viste seg forskjellig hos barn med og uten matematikkvansker (Desoete et al., 2001).

Veenman, Wilhelm og Beishuizen (2004) undersøkte i hvilken grad utviklingen av metakognitive ferdigheter, kan assosieres med intelligens i ulike aldersgrupper. Resultatene viste at metakognitive ferdigheter kan forklare cirka 54 % av variasjon i læringsprestasjoner på 4. trinn. På 8. og 9. trinn kan metakognitive ferdigheter forklare cirka 9 til 34 % av variasjonen, etter at det er kontrollert for intelligens. Metakognitive ferdigheter var derimot ikke en tydelig prediktor for læring hos eldre aldersgrupper, som i denne undersøkelsen bestod av universitetsstudenter. Samlet analyse viste at metakognitive ferdigheter kan forklare cirka 14 % av variasjonen, utover intelligens. Veenman et. al (2004) konkluderte derfor med at metakognitive ferdigheter bidrar til læring og utvikling, delvis uavhengig av intelligens.

Panaoura og Philippou (2007) undersøkte utviklingen av metakognisjon, sett i lys av prestasjoner i matematikk, kapasitet på arbeidsminne og prosesseringseffektivitet. 126 elever (8-11 år) på 3. til 5. trinn, ble testet ved tre ulike tidspunkt med 3 til 4 måneders mellomrom. Testbatteriet bestod av mål på metakognitive evner, matematiske ferdigheter, arbeidsminnekapasitet og prosesseringseffektivitet. Arbeidsminnekapasitet forstås i denne studien som mengden informasjon en elev kan holde i arbeidsminnet, inntil en oppgave eller et problem er løst. Arbeidsminnekapasitet ble testet ved at elevene skulle gjenkalle grupper av ord, tall og bilder. Hastighet og kontroll utgjør prosesseringseffektivitet. Prosesseringshastighet innebærer minimumstiden det tar å registrere og gi mening til input-informasjon, og utføre en operasjon. Kontroll referer til evnen til å velge en hensiktsmessig strategi, overvåke og regulere utføringen. Metakognitive ferdigheter ble testet med et spørreskjema, som ble utviklet med bakgrunn i eksisterende teori. Cronbachs Alpha for spørreskjema var .86, og reliabiliteten ble ansett som høy. Matematikkferdigheter ble målt med ulike tall- og tekstoppgaver, og fire matriser hentet fra Ravens Standard Progressive Matrices for måling av spatiale ferdigheter.

I analysen av resultatene ble det foretatt en eksplorerende faktoranalyse av spørreskjemaet for metakognisjon. Dette resulterte i 10 faktorer, som ble delt inn i fire grupper: selvbilde, strategier, motivasjon og selvregulering. "Selvbilde" viser til elevenes kunnskap og oppfatninger om egne evner, mens "strategier" omhandlet elevenes strategier i problemløsning. "Motivasjon" bestod av oppgaver ment for å måle elevenes tro på betydningen av egen innsats for prestasjoner. "Selvregulering" innebærer elevenes evne til å sette mål, planlegging og overvåking av problemløsningsprosessen (Panaoura & Phillipou, 2007).

Resultatene viste at elever som skårer høyt på prosesseringseffektivitet og arbeidsminnekapasitet, også skårer høyt på de metakognitive variablene ”selvbilde” og ”selvregulering”. Det var imidlertid ingen signifikante korrelasjoner mellom metakognitive variabler, og prestasjoner i matematikk. Videre ble det funnet signifikante korrelasjoner mellom prosesseringseffektivitet og arbeidsminnekapasitet ved første og andre måling, og matematiske prestasjoner ved tredje måling. Ifølge Panaoura og Philippou (2007) indikerer dette at elevenes prestasjoner i matematikk er avhengig av prosesseringseffektivitet og arbeidsminnekapasitet.

Et interessant funn er at prosesseringseffektivitet synes å ha betydning for både metakognisjon og arbeidsminnekapasitet. Prosesseringseffektivitet korrelerer signifikant med arbeidsminne, matematiske prestasjoner, selvbilde og selvregulering ved første måling. De signifikante korrelasjonene mellom prosesseringseffektivitet, arbeidsminne og prestasjoner i matematikk, indikerer at en vekst i enhver av disse ferdighetene er påvirket av tilstanden til de andre to variablene. Dette gjelder spesielt prosesseringseffektivitet, som synes å ha en koordineringsrolle for det kognitive og det metakognitive systemet. Prosesseringseffektivitet er sterkt assosiert med både arbeidsminne og metakognitive ferdigheter i matematikk. Hovedkonklusjonen i undersøkelsen er at prosesseringseffektivitet synes å ha betydning for metakognitiv kunnskap i matematikk, og utvikling av metakognitive kunnskap er avhengig av bedret matematiske ferdigheter og arbeidsminnekapasitet (Panaoura & Philippou, 2007).

Panaoura og Phillipous (2007) studie viser at kognitive og metakognitive prosesser har betydning for elevers matematikkferdigheter, og at denne sammenhengen synes å være kompleks. Panaoura og Phillipou (2007) mener at prosesseringseffektivitet kan ha en større betydning for matematikkferdigheter. Dette står i motsetning til Geary et al. (2007) som konkluderte med at arbeidsminnet, og spesielt den sentrale styringsenheten, syntes å ha stor betydning for barn med matematikkvansker. Geary et al. (2007) understreker at forholdet mellom arbeidsminne og prosesseringshastighet er komplekst, fordi barn med matematikkvansker prosesserer informasjon langsommere enn barn uten matematikkvansker. Vansker med prosesseringshastighet kan føre til problemer med arbeidsminnet, og derfor synes disse to kognitive prosessene ikke å være uavhengig av hverandre. Videre vil det vises til en studie som belyser hvilken forklarings effekt metakognisjon kan ha for matematiske ferdigheter.

2.7 I hvilken grad kan metakognitiv kunnskap forklare variasjon i matematiske ferdigheter?

Desoete, Roeyers og Huylebroeck (2006) studerte problemløsning i matematikk hos elever på tredje trinn. De undersøkte forholdet mellom matematikk, metakognisjon og intelligens. Undersøkelsen omfatter en gruppe elever med matematikkvansker (n=191), og en gruppe elever uten matematikkvansker (n=268). Som en del av sitt teoretiske utgangspunkt viser de til Veenmans tre modeller av forholdet mellom intelligens og metakognitive ferdigheter (ref. i Desoete et al., 2006). Veenmans *intelligens modell* slår fast at metakognitive ferdigheter er en del av intelligensen, og kan ikke sees på hver for seg når det gjelder læring. Derimot viser hans *uavhengighetsmodell* at disse to er helt uavhengige av hverandre når det gjelder læring, mens hans tredje modell, *kombinasjonsmodellen* viser til at metakognitive ferdigheter og intelligens har mye til felles, men at metakognitive ferdigheter har en tilleggsverdi, i tillegg til intelligens for å forklare læring.

I undersøkelsen ser de på to av Gearys (2004) undergrupper av matematikkvansker: prosedurale vansker og semantisk minne vansker. I tillegg har de valgt å se på to typer metakognitive ferdigheter: prediksjonsferdigheter og evalueringsferdigheter. Ifølge Desoete et al. (2006) gjør prediksjonsferdigheter barn i stand til å forutse vanskegraden til en oppgave, og får dem til å arbeide grundigere på vanskeligere oppgaver, og raskere på lettere oppgaver. Prediksjonsferdigheter eller forutsigelsesferdigheter får barn til å assosiere visse problemer med andre problemer, som utvikler kunnskap om hva ulike oppgaver krever. Videre defineres evaluering til å være metakognitive refleksjoner som finner sted etter en handling, hvor barna ser på hvilke strategier som ble brukt og hvilke resultater de ulike strategiene gir. Denne ferdigheten gjør barna i stand til å vurdere sin egen prestasjon for å sammenligne den med andre prestasjoner, for videre å oppdage feil i problemløsningsprosessen (Desoete et al., 2006).

Deres funn åpner for at det finnes et signifikant forhold mellom prosedurale vansker og metakognitive ferdigheter hos barn uten matematikkvansker. I tillegg finner de en liten, men signifikant og positiv korrelasjon mellom semantisk minne ferdigheter (gjenhenting) og metakognitive ferdigheter. Barn med gode evalueringsferdigheter, er bedre i matematisk problemløsning. De løser flere oppgaver, og er raskere til å gjenhente kunnskaper fra langtidsmindet. Videre viser deres data at det er en signifikant sammenheng mellom

intelligens og metakognitive ferdigheter hos barn uten matematikkvansker. Særlig korrelerer verbal IQ med begge former (prosedural og semantisk) for matematikkferdigheter. Dette er i tråd med Veenmans kombinasjonsmodell som viser at metakognitive ferdigheter er viktig i tillegg til intelligens når man skal forklare matematiske ferdigheter (Desoete et al., 2006).

Deres funn viser også et signifikant forhold mellom prosedural problemløsning og metakognitive ferdigheter hos barn med matematikkvansker. Dette kan tyde på at barn med gode metakognitive ferdigheter gjør færre feil når de bruker mer avanserte algoritmer og har mindre vansker i å holde følge med de ulike stegene i problemløsningen. Til tross for dette ble det også funnet et negativt forhold mellom adekvate gjenhentingsferdigheter og metakognitive ferdigheter. Dette var noe de ikke fant i forhold til de elevene som ikke har matematikkvansker. Altså er prosessering av faktakunnskaper ikke automatisert hos barn med gjenhentingsvansker. Kanskje dette kan forklare det negative forholdet mellom adekvat gjenhenting og metakognitive ferdigheter. Enkle matematiske problemer må løses før en kan komme fram til riktig resultat, noe som tilsier at ekstra tid trengs. Jevnaldrende uten vansker er i stand til å gjenhente denne type fakta fra langtidsmindet med en stor sjanse for at det blir riktig. Kanskje viser dette at metakognisjon fører til rask og riktig svar hos barn uten matematikkvansker, og til sakte løsning, men samtidig riktig løsning hos barn med matematikkvansker (Desoete et al., 2006).

Videre finner Desoete et al. (2006) ikke et signifikant forhold mellom intelligens og metakognitive ferdigheter hos barn med matematikkvansker. Dessuten ser verbal IQ ut til å kunne relateres til prosedurale ferdigheter, men ikke til alle gjenhentingsferdigheter. Muligens kan dette forklare noen av forskjellene mellom de to gruppene. Til tross for deres funn har de ikke funnet noen empiriske beviser for noen av de tre modellene til Veenman (ref. i Desoete et al., 2006). Forholdet mellom matematisk læring, metakognisjon og intelligens hos barn med matematikkvansker ser ut til å være avhengig av andre faktorer som ikke er med i noen av disse modellene (Desoete et al., 2006).

Funn fra undersøkelsen viser også at en tredjedel av barn med matematikkvansker har inadequate metakognitive ferdigheter. Mer spesifikt er dette tilfelle for cirka to tredjedeler av barna med kombinerte vansker, halvparten av de med prosedurale vansker og kun 5 prosent av de barn med gjenhentingsvansker. De fleste barna som viser vansker med gjenhenting, gir beviser for aldersrelatert prediksjon og evalueringsferdigheter. Videre har 42 av de 71 barna med matematikkvansker og inadequate metakognitive ferdigheter, i hovedsak problemer med

prediksjons og evalueringsferdigheter. I utvalget av barn uten vansker og lave metakognitive ferdigheter, er dette kun tilfelle for cirka en tredjedel (7 av 19) av barna. Dessuten finner de beviser for unøyaktig prediksjon i stort sett samme antall barn hos de med matematikkvansker (87 %) og metakognitive vansker og de uten matematikkvansker (89 %). De fleste elever i tredje klasse med lave metakognitive ferdigheter har problemer med å anslå vanskegraden av en oppgave. Inadekvat evaluering viser seg færre ganger hos barn med matematikkvansker og metakognitive vansker (41 %) enn i utvalget av barn uten vansker og inadequate metakognitive ferdigheter. Mer enn halvparten elevene i tredje klasse som er aldersadekvat i forhold til matematisk utvikling og har lave metakognitive ferdigheter viser også problemer med å evaluere egen oppgaveutførelse.

Resultatene fra undersøkelsen viser en signifikant forskjell i antall barn med metakognitive ferdigheter mellom gruppen av barn med vansker og barn uten vansker. I tillegg er det signifikante forskjeller i antall barn med metakognitive vansker mellom gruppen av barn som har prosedurale vansker og barn som har semantiske vansker. Alle disse funn viser at det finnes et spekter av matematikkvansker, med ulike kognitive og metakognitive profiler hos unge barn. Det trengs mer forskning på området for å få en god forståelse av ulike mønster i forhold til matematikkvansker, og for å definere styrker og svakheter. Det er også klart at det er forskjeller i metakognitive vansker mellom barn med og uten vansker. Desoete, et al. (2006) viser i denne studien til at forholdet mellom matematiske prestasjoner, metakognisjon og intelligens er komplekst. Denne kompleksiteten viser seg normalt sett delvis i begynnelsen av læring, og derfor er det mulig at dette også viser seg hos elever med lærevansker som har liten erfaring med matematisk problemløsning på grunn av deres lærevanske.

2.8 Kan trening av metakognitiv kunnskap ha en effekt på matematiske ferdigheter?

Desoete et al. (2006) mener at metakognitiv intervensjon burde fokusere på kognitive og metakognitive svakheter og styrker hos barn, slik at de blir mer bevisste hvordan de regner, estimerer og takler problemer. Dette kan vise seg å være nyttig, hvis det brukes i tillegg til en mer original tilnærming mot elever med matematikkvansker. Målet er å styrke deres motivasjon, og evne til å bruke seg selv når de gjør matematikk. Men denne type intervensjon er kanskje ikke nyttig for alle barn med matematikkvansker. Det kan være

bortkastet tid, siden det i undersøkelsen ble funnet at noen, spesielt de barna som viste vansker med gjenhenting, ikke skårer under gjennomsnittet på oppgaver som krever slike ferdigheter. Det viser seg videre at en tredjedel av barna med matematikkvansker på tredje trinn viser inadekvate metakognitive ferdigheter knyttet til prediksjon og evaluering. Barn med prosedurale eller kombinerte vansker viser manglende metakognitive ferdigheter. Det vil derfor være viktig å vurdere disse ferdighetene, før man kan utvikle adekvate intervensjoner for barn med matematikkvansker.

I en longitudinell studie over to år undersøkte Desoete (2009) effekten av metakognitiv trening på matematiske ferdigheter. 66 barn på 3. til 4.trinn deltok, hvorav halvparten mottok trening av metakognitive ferdigheter i matematisk problemløsning. Barna ble testet individuelt på 3.trinn, og ett år senere på 4. trinn. Intervensjonen forgikk over to uker, 5 timer i uka, hvor hver time var på 50 minutter. Målet var at elevene skulle anslå vanskegraden på en oppgave (prediksjon), og velge riktig strategi for problemløsning (evaluering). Det var ikke signifikante forskjeller i intelligens mellom treningsgruppen og kontrollgruppen. Barnas matematikk ferdigheter ble testet før og etter treningen, og resultatene viste en utvikling i både metakognitive og matematiske ferdigheter. Barna som mottok trening av metakognitive ferdigheter, viste en forbedring i forhold til barna som ikke mottok slik trening. Barna i treningsgruppen hadde et høyere gjennomsnitt og lavere standardavvik både når det gjaldt prediksjon og evaluering, men effektstørrelsen var lav. Resultatene må imidlertid folkes med forsiktighet på grunn av utvalgsprosedyre og størrelse, som svekker undersøkelsens validitet.

Mye av forskningen på matematikkvansker har hatt fokus på strategier i matematikk, og flere studier viser at strategiutviklingen hos elever med matematikkvansker er kvalitativ forskjellig fra elever uten matematikkvansker. Elever med matematikkvansker kjennetegnes av et rigid strategirepertoar med bruk tellebaserte strategier, og mindre bruk av gjenhentingsstrategier. Elever uten matematikkvansker benytter i større grad gjenhentingsstrategier, og er mer fleksible i sitt strategivalg (Ostad & Sorensen, 2007; Geary, 2004).

Carr og Jessup (1995) undersøkte hvilken betydning metakognitiv kunnskap har for strategibruk i matematikk. Resultatene viste at metakognitiv kunnskap har betydning for elevenes strategibruk. Metakognisjon synes derimot ikke å ha betydning for etablerte og automatiserte strategier, som for eksempel gjenhenting. På bakgrunn av dette bør

matematikkundervisningen også inneholde metakognitiv kunnskap om strategier, spesielt under innlæringen av nye matematiske strategier. Ifølge Carr og Jessup (1995) vil metakognitiv kunnskap om strategier kunne føre til en mer korrekt strategibruk.

2.9 Oppsummering av teori og empiri

Gjennomgangen av teori og empiri ovenfor viser, at barn med matematikkvansker ofte har problemer knyttet til grunnleggende tallforståelse, telling, lagring og gjenhenting av kunnskap. Dette kan føre til bruk av enkle og tellebaserte prosedyrer, og flere prosedurale feil i problemløsning. Det blir også hevdet at disse barna har svake automatiseringsferdigheter. Disse problemene kan relateres til underliggende kognitive prosesser, som arbeidsminne (Hulme & Snowling, 2009; Geary, 2004).

Geary et al. (2007) fant at disse problemene kan knyttes til arbeidsminne, og primært den sentrale styringsenheten. Andersson (2010) mener at barn med matematikkvansker har problemer knyttet til den visuo-spatiale delen av arbeidsminnet. Videre ble det ikke funnet at disse barna hadde vansker knyttet til verbalt arbeidsminne, eller problemer med å gjenhente fonologisk eller semantisk informasjon fra langtidsminnet. Resultatene fra denne undersøkelsen viser at kognitive funksjoner til en viss grad kan forklare matematikkvansker, men at også andre forklaringer må vurderes. Jordan et al. (2007) fant at tidlige tallferdigheter kan predikere matematiske ferdigheter.

Majoriteten av studiene som Swanson og Jerman (2006) gjennomgår i sin metaanalyse, mener at barn med matematikkvansker har vansker knyttet til arbeidsminne. Verbalt arbeidsminne var den eneste signifikante effekten som bidro til unik variasjon, mellom barn med matematikkvansker og barn som presterte gjennomsnittlig i faget. Swanson og Jerman (2006) ser heller ikke bort ifra at en mulig prediktor for matematikkvansker er lesevansker, og foreslår semantisk minne som en mulig årsak til matematikkvansker. Jordan et al. (2002) mener også at leseferdigheter kan påvirke utviklingen av matematiske ferdigheter. Det ser derimot ikke ut til at matematikk ferdigheter influerer på leseferdigheter i samme grad. Jordan et al. (2002) og Hanich et al. (2001) hevder at gruppeforskjeller i matematikk, kan forklares på bakgrunn av ulike kognitive vansker.

Durand et al. (2005) fant en sammenheng mellom det å knytte sammen tall og tallmengder og matematiske ferdigheter. Videre antas det at fonologisk prosesseringsferdighet

kan være viktig for lagring og gjenhenting av tallkunnskap i minnet. Hulme og Snowling (2009) har foreslått at prosesseringshastighet har betydning for arbeidsminnekapasitet. Hect et al. (2001) fant i sin undersøkelse at fonologiske prosesseringsferdigheter kan forklare variasjon i både matematiske ferdigheter og leseferdigheter.

Desoete et al. (2006) antyder at i tillegg til kognitive ferdigheter, er også metakognitiv kunnskap og ferdigheter viktig for matematikk. Videre fant Veenman et al. (2004) at metakognitive ferdigheter kan forklare cirka 14 % av variasjonen i læring. Panaoura og Phillipou (2007) fant derimot ingen signifikante korrelasjoner mellom metakognitive variabler og prestasjoner i matematikk. Det ble funnet en signifikant sammenheng mellom prosesseringseffektivitet, arbeidsminnekapasitet og matematiske prestasjoner. Disse resultatene indikerer at elevenes prestasjoner i matematikk, synes å være avhengig av prosesseringseffektivitet og arbeidsminnekapasitet. Panaoura og Phillipou (2007) konkluderer med at metakognitiv kunnskap i matematikk er avhengig av prosesseringseffektivitet, arbeidsminnekapasitet og matematiske ferdigheter.

Desoete et al. (2006) fant en signifikant forskjell i metakognitive ferdigheter hos barn med og uten matematikkvansker. Det var også en signifikant korrelasjon mellom metakognitive ferdigheter og prosedurale ferdigheter hos barn med og uten matematikkvansker. Dette indikerer at barn med gode metakognitive ferdigheter gjør færre feil i bruk av komplekse algoritmer, og har mindre problemer med å følge stegene i komplekse prosedyrer. I tillegg ble det funnet en svak, men signifikant korrelasjon mellom gjenhentingsferdigheter og metakognitive ferdigheter. Barn som har utviklet gode evalueringsferdigheter er bedre i matematiske problemløsning og er raskere til å gjenhente kunnskap fra langtidsmminnet. En tredjedel av elever på 3. trinn viste inadequate metakognitive prediksjons- og evalueringsferdigheter. Det er spesielt barn med prosedurale eller kombinerte matematikkvansker, som har manglende metakognitive ferdigheter (Desoete et al., 2006).

I en treningsstudie av Desoete (2009) ble effekten av metakognitiv trening undersøkt. Resultatene viste en forbedring av matematiske ferdigheter og metakognitive ferdigheter hos de barna som mottok trening.

Teori og empiri som er kommentert i denne oppgaven, bygger i hovedsak på ikke-eksperimentelle design. De fleste av disse undersøkelsene er longitudinelle korrelasjonsstudier, som tar sikte på å belyse hva som kan forklare og predikere matematiske

ferdigheter. Disse undersøkelsene kan si noe om endringer over tid, men eksperimentelle design danner et sikrere grunnlag for å trekke kausale slutninger. Videre vil grunnlaget for å trekke slutninger generelt være bedre i en metaanalyse. Dette styrker hypotesen om at arbeidsminne er av stor betydning når man skal forklare ferdigheter i matematikk.

3 Metode

I dette kapitlet vil prosjektets metodiske tilnærming presenteres, og knyttes til prosjektets problemstilling. Først redegjøres det for studiens design og variabler. Deretter beskrives utvalget og begrepsoperasjonalisering, før innsamling og behandling av data. Videre forklares validitetskrav, før de etiske hensyn kommenteres avslutningsvis.

3.1 Design

Problemstillingen i dette prosjektet belyser sammenhengen mellom metakognitiv kunnskap og matematiske ferdigheter, etter at det er kontrollert for arbeidsminne. Til å gjennomføre undersøkelsen er det valgt en forskningsmetodisk tilnærming av empirisk og ikke-eksperimentell karakter. Det vil si at det i undersøkelsen ikke vil foregå noen form for påvirkning av personer. Dette er en korrelasjonsstudie som tar sikte på å måle en samvariasjon mellom variabler og variabelgrupper.

Korrelasjon betyr sammenheng mellom forskjellige variabler. Det er en statistisk størrelse, som sier noe om at endringer i verdi på en variabel på en systematisk måte går sammen med endringer på en annen variabel. Korrelasjons- og samvariasjonsanalyser søker etter kunnskap om hvilke variabler som samvarierer, og hvilke variabler som tilsynelatende er uavhengige (Kleven, 2002b). I dette arbeidet benyttes det en korrelasjonskoeffisient, for å se på den statistiske sammenhengen mellom de aktuelle variabler. I følge Gall, Gall og Borg (2007) er hensikten med en korrelasjonskoeffisient å vise, i matematiske termer, graden og retningen av sammenhengen mellom to eller flere variabler. Det er en nøyaktig måte å fastslå graden av sammenhengen, og om denne er positiv eller negativ. Dette vil vise seg gjennom effektstørrelser. Korrelasjonskoeffisienten sier altså om en skåre på en variabel, kan brukes til å predikere en skåre på en annen variabel.

Når man foretar en korrelasjonsstudie, er det en fare for at en empirisk påvist korrelasjon mellom to variabler kan være uriktig. Dette kan skje hvis en samvariasjon kan tilskrives en innvirkning fra en tredje variabel. For å unngå slike spuriøse sammenhenger bør man vurdere hvilke andre variabler som kan være aktuelle for å forklare en sammenheng. Slike variabler kalles kontrollvariabler. En kontrollvariabel er en variabel som holdes konstant, eller som man i undersøkelsen systematisk kontrollerer for. På denne måten vil man

se om en sammenheng mellom to variabler kan forklares på bakgrunn av kontrollvariabelen (Befring, 2007). Med bakgrunn i den teorien som ligger til grunn for denne undersøkelsen, er det viktig at det kontrolleres for arbeidsminne. På denne måten kan man teste i hvilken grad det er en sammenheng mellom metakognitiv kunnskap og matematiske ferdigheter, etter at det er kontrollert for arbeidsminne. Hvis for eksempel arbeidsminne korrelerer både med metakognitiv kunnskap og matematiske ferdigheter, vil arbeidsminne kunne forklare en sammenheng mellom de to aktuelle variablene.

Gall, Gall og Borg (2007) mener at korrelasjonsstudier kan være hensiktsmessige, når man skal studere problemer i forhold til pedagogisk virksomhet. I forhold til utdanning møter man jevnlig situasjoner hvor en kan anta at flere variabler kan influere på typiske atferdsmønstre. Her kan korrelasjonsstudier være til hjelp med å analysere hvordan disse variablene kan ha noe å si for denne atferden. Videre kan en korrelasjonsstudie legge grunnlaget for mer omfattende forskning, av for eksempel eksperimentelle eller longitudinelle studier hvor man benytter et større antall av informanter.

3.2 Utvalg

Utvalgsgrunnlaget er avgrenset til en skole på Østlandet, og skolen som er brukt for å hente informasjon har en lav andel av minoritetsspråklige elever. Deltakerskolen ble valgt ved en ikke-sannsynlighetsutvelging, og det er benyttet en vilkårlig utvelging i dette designet. Her inkluderes de individene som er praktisk tilgjengelig, og som forskeren har ”for hånden” (Lund, 2002b). Utvalget består av elever som befinner seg i tre ulike grupper på 8.trinn. Elevenes alder varierer fra 13 til 14 år. Veenman, Van Hout-Wolters og Afflerbach (2006) viser til studier, hvor det blir hevdet at metakognisjon utvikles med økende alder. På bakgrunn av dette kan man muligens se ett større skille mellom sterke og svake elever på 8.trinn, enn hos yngre elever. Det er også grunn til å anta at elevenes bevissthet rundt egne kunnskaper og egen læring, øker med alderen. I overgangen mellom barnetrinnet og ungdomstrinnet, stilles det i tillegg enda større krav til elevens egeninnsats og ferdigheter. I følge Gathercole et al. (2004a) vil også elevene bli i stand til å bruke mer avanserte strategier, og en mer krevende prosessering oppover i skoletrinnene.

Det er ikke kontrollert for om noen av elevene i utvalget har Individuell Opplæringsplan (IOP), etter vedtak om spesialundervisning i faget. Det er ønskelig å ha med

hele spektret av ferdigheter, noe som trolig vil gi et bedre bilde av elevenes matematiske ferdigheter. Videre er det kontrollert for om elevene har norsk som andrespråk. Disse elevene deltok i undersøkelsen, men deres resultater er holdt utenfor.

Skolen som utvalget er hentet fra ble anbefalt av PPT i kommunen. Skoleledelsen ble kontaktet via e-post (se vedlegg A) og telefon, og stilte seg positiv til gjennomføring av undersøkelsen. Selve testingen foregikk i matematikktimene, slik at det ble et faglig fokus på gjennomføringen. Timelærer laget og administrerte lister med navn og nummer. Lærer fikk utlevert ferdig nummererte spørreskjema, og kunne så gi riktig nummerert spørreskjema til riktig elev. I tillegg hadde lærer nummerert resultatene fra nasjonale prøver, og elevens nummer ble notert ned på arbeidsminnetesten. Listene med elevenes navn og nummer, ble slettet av lærer umiddelbart etter testingen den samme dagen. I forbindelse med kravet om informert samtykke, ble det sendt ut informasjonsbrev og samtykkeerklæring til foresatte (se vedlegg B). Samtykkeerklæringen ble signert og returnert til skolen om foresatte ga tillatelse til deltagelse.

I dette prosjektet er målpopulasjon alle norske ungdomsskoleelever på 8.trinn. Å trekke et utvalg fra denne målpopulasjonen, er i følge Lund (2002b) vanskelig og bortimot umulig. Derfor er det i denne undersøkelsen valgt ut en tilgjengelig populasjon av ungdomsskoleelever som er ”for hånden” for dette prosjektet. Her skiller man altså mellom to typer populasjoner, målpopulasjon og tilgjengelig populasjon. I følge Lund (2002b) vil dette medføre en to-trinnsgeneralisering. Det vil si at resultatene først generaliseres til utvalget i den tilgjengelige populasjonen, som utvalget er trukket ut fra. Deretter må man videre generalisere fra tilgjengelig populasjon til målpopulasjon. Tilgjengelig populasjon er elever på 8.trinn i østlandsområdet, og målpopulasjon er elever på 8.trinn på landsbasis.

I følge Lund (2002b) kan det være problematisk å vurdere graden av representativitet ved å benytte et ikke-sannsynlighetsutvalg, derimot ble dette benyttet med tanke på den tiden som var til rådighet. Et ikke-sannsynlighetsutvalg er enklere og krever mindre ressurser i forhold til tid og innsamling av data, enn en sannsynlighetsutvelging ville ha gjort i dette prosjektet. 80 elever ble forespurt om å delta i undersøkelsen. Elevene fikk med seg hjem et informasjonsbrev, samt en samtykkeerklæring som skulle returneres med foreldres/foresattes underskrift om dersom de ga tillatelse til deltagelse. Antall informanter ble bestemt ut ifra hva som var praktisk mulig å gjennomføre, og hva som var ønskelig med tanke på

generaliserbarhet og representativitet. Etter at foreldre og foresatte hadde gitt sin tillatelse til deltagelse, bestod utvalget av 53 elever.

Dataene som er hentet inn befinner seg på ulike målenivåer. Målene på metakognitiv kunnskap, arbeidsminne og matematiske ferdigheter er kvantitative størrelser og befinner seg på intervallnivå, altså parametriske mål. Svarene i spørreskjema er avkryssing med omkoding til tallverdier fra 1-5, scorene på arbeidsminnetesten går fra 0-14, mens resultatene fra nasjonale prøver beveger seg fra 0-59. Variablene er derfor målbare og sammenlignbare størrelser. Variablenes målenivå avgjør hvilke statistiske mål som er mulige å benytte i analysen, og ved hjelp av SPSS ser man på korrelasjonen mellom arbeidsminne, matematiske ferdigheter og metakognitiv kunnskap.

3.3 Operasjonalisering av variabler

I følge Kruuse (2005) er valget av relevante variabler en kritisk oppgave som forskere må løse, når de skal prøve å påvise relasjoner og styrken mellom de ulike variablene. Man kan sjeldent studere alle de relevante variablene på en gang. Derfor er det viktig at man klassifiserer variablene etter hvilken funksjon de skal ha i undersøkelsen. Befring (2007) klassifiserer variablene som avhengig, uavhengig og kontrollvariabel. Uavhengige variabler kontrolleres av forskeren gjennom at han eller hun utøver direkte kontroll over, eller manipulerer utvalget av individer. Derimot er det slik at man i ikke-eksperimentelle design ikke kan manipulere uavhengig variabel, slik man kan i eksperimentelle design (Kleven, 2002b). I ikke-eksperimentelle design er det også mer vanlig å bruke andre begreper for å forklare variablene. Gall, Gall og Borg (2007) bruker begrepene kriterievariabel (avhengig) og prediktorvariabel (uavhengig) i prediksjonsstudier. Det er disse variablene som er aktuelle her. I denne undersøkelsen ser man på om metakognitiv kunnskap kan forklare variasjon i matematiske ferdigheter. Matematiske ferdigheter blir dermed kriterievariabelen, mens metakognitiv kunnskap blir prediktorvariabelen.

For lettere å oppdage en sammenheng mellom variablene, er hele spektret av målingen på faglige prestasjoner tatt med. Elevene er ikke delt inn i ulike nivåer, men hver enkelt elevs skåre er inkludert. For å forebygge mot at irrelevante variabler ikke skal få en forstyrrende innvirkning på konklusjoner om eventuelle sammenhenger, er minoritetsspråklige elever ekskludert og alder holdt konstant. På denne måten prøver man å ha en så homogen gruppe

som mulig, noe som i følge Kleven (2002b) kan sammenlignes med kontroll. Videre testes elevenes arbeidsminne, som her er en kontrollvariabel.

I følge Kleven (2002a) er selve kjernen i målingsproblemet i fag som pedagogikk, at man må bruke synlige indikatorer for å måle abstrakte og ikke direkte observerbare begreper. I dette tilfellet metakognitiv kunnskap, matematiske ferdigheter og arbeidsminne. I arbeidet med denne undersøkelsen har det vært en viktig og lang prosess å velge og utvikle operasjonelle variabler eller indikatorer som måler de relevante begrepene best mulig. Indikatoren som brukes som mål på metakognitiv kunnskap har feste i teorien, for at det skal være mulig å gjøre det teoretiske begrepet om til en målbar variabel. Mål på arbeidsminne og matematiske ferdigheter, er allerede utviklede og standardiserte tester. Dersom den empiriske undersøkelsen viser at det er en sammenheng mellom metakognitiv kunnskap og matematiske ferdigheter hos elever på 8.trinn, er dette resultatet i utgangspunktet bare gyldig for metakognitiv kunnskap og matematiske ferdigheter, slik det er målt med de tester og instrumenter som er brukt i denne undersøkelsen. Empiriske forskningsresultater vil altså gjelde begrepene slik de er operasjonelt definert gjennom indikatorene som er brukt. I utviklingen av spørreskjema og valg av tester og prøver for måling, er det gjennom teorien ment å belyse hva som ligger til grunn mening for de ulike begrepene. Videre vises det hvordan de ulike begrepene operasjonaliseres i denne undersøkelsen.

3.3.1 Metakognitiv kunnskap

For å måle elevenes metakognitive kunnskap er det benyttet et strukturert spørreskjema hvor svarene avgis med avkryssing (se vedlegg C). Her får elevene velge mellom fem svaralternativer, og de får kun sette ett kryss for hvert spørsmål. Når svarene skal kodes i SPSS, vil svarene rangeres i poeng fra 1(aldri) til 5 (alltid).

Spørreskjema er laget med utgangspunkt i tidligere studier av metakognisjon hvor det benyttet spørreskjema, og disse er vurdert til å ha høy reliabilitet. Cronbach's Alpha er henholdvis .93 og .86 (Schraw & Dennison, 1994; Panaoura & Philippou, 2007). Her er det sett på tidligere brukte spørreskjema, hvor det er oversatt og formulert nye spørsmål for å tilpasse spørreskjemaet til undersøkelsens informanter, og den informasjonen som er ment målt. Spørreskjema inneholder 17 spørsmål for måling av metakognitive kunnskaper. Se tabell 1 nedenfor for en oversikt over spørsmålene.

Tabell 1. Oversikt over spørsmål 1-17 i spørreskjema.

Spørsmål 1-17	
1. Jeg husker det jeg lærer i matematikk.	10. Jeg vet hvorfor jeg velger å løse en oppgave på en bestemt måte.
2. Jeg vet hva jeg har lært i matematikk.	11. Jeg løser oppgaver på ulike måter, avhengig av oppgaven.
3. Jeg vet hva jeg trenger å lære i matematikk.	12. Jeg vet hvor godt jeg har forstått ett emne vi har gått igjennom.
4. Jeg vet hva som skal til for at jeg skal lære best mulig.	13. Når jeg ikke klarer å løse en oppgave, vet jeg årsaken til at det er vanskelig.
5. Jeg lærer best når jeg vet noe om temaet på forhånd.	14. Jeg forstår en oppgave bedre hvis jeg skriver ned eller streker under viktig informasjon.
6. Jeg vet hva som er vanskelig for meg i matematikk.	15. Jeg vet om ulike måter å huske det jeg har lært i matematikk.
7. Når jeg løser en oppgave, bruker jeg fremgangsmåter jeg vet fungerer.	16. Etter at jeg er ferdig med en oppgave, vet jeg hvor godt jeg har løst denne.
8. Når jeg løser en oppgave, ser jeg underveis om min fremgangsmåte er riktig eller feil.	17. Når jeg leser en oppgave, vet jeg hvor godt jeg kan løse den.
9. Jeg vet hvordan ulike fremgangsmåter kan hjelpe meg med å løse en oppgave best mulig.	

3.3.2 Arbeidsminne

For å måle elevenes arbeidsminne er det benyttet en deltest fra WISC-III, tallhukommelse baklengs. En slik operasjonalisering er tidligere benyttet i studier av arbeidsminne (Gathercole et. al, 2004a). WISC-III (Wechler Intelligence Scale for Children – III) er en test for barn og ungdom i alderen 6 til 16 år. Testen brukes for å vurdere elevers læreforutsetninger og funksjonsnivå, og regnes som godt egnet til å predikere skolefaglig fungering. Tallhukommelse forlengs og baklengs antas å måle korttidsminne og

oppmerksomhet, mens tallhukommelse baklengs krever mer av kognitive strategier. Testen er sensitiv for stress, noe som kan påvirke testresultatet (Wechsler, 1999).

Som tidligere nevnt i kapittel 2, er arbeidsminne delt i tre komponenter hvor den sentrale styringsenheten er selve hjertet av arbeidsminne (Baddley, 1986). Den sentrale styringsenheten er ansvarlig for regulering, som inkluderer oppmerksomhet, kontroll av handlinger og problemløsning. Tallhukommelse baklengs er i følge Gathercole et al. (2004a) en kompleks arbeidsminneoppgave, og en teoretisk tilnærming til dette er at komplekse arbeidsminneoppgaver tapper den generelle arbeidsminnekapasiteten. Tallminne baklengs krever omforming av inputstimuli før de skal gjengis. Dermed må den mentale forestillingen fastholdes lengre og manipuleres før gjengivelse, enn hvis tallene skulle gjengis i samme rekkefølge som de ble lest opp.

3.3.3 Matematiske ferdigheter

For å måle elevens matematiske ferdigheter ble det benyttet eksisterende data, i form av elevens skåre på nasjonale prøver i regning, som ble gjennomført i oktober 2009. Hensikten med nasjonale prøver er å kunne vurdere i hvilken grad skolen lykkes med å utvikle elevenes ferdigheter i lesing, regning og engelsk. Gjennom disse prøvene får skolen og kommunen styringsinformasjon. Prøvene skal også være til nytte for hver enkelt elevs pedagogiske utvikling gjennom et samarbeid mellom eleven selv, lærer og foresatte. Nasjonale prøver måler grunnleggende ferdigheter i alle fag, dermed tar prøvene i lesing og regning ikke bare utgangspunkt i kompetansemålene i norsk og matematikk, men også i andre fag der mål for lesing og regning er integrert (http://www.udir.no/Artikler/_Nasjonale-prover/Hva-er-nasjonale-prover2/).

Regneprøven kartlegger altså i hvilken grad elevens regneferdigheter er i samsvar med kompetanse der regneferdigheter er integrert. Oppgavene i regneprøven tester elevens grunnleggende ferdigheter i regning som knyttes til områdene tall, måling og statistikk, og dette innebærer tallforståelse, måleferdighet og tallbehandling. Oppgavene gir utfordringer i faglige og dagligdagse sammenhenger. Når man snakker om grunnleggende regneferdigheter handler dette også om å kunne tolke og lage grafiske og andre kvantitative fremstillinger. Og det vektlegges videre at man skal kunne benytte regning i ulike sammenhenger. Her er forståelse, refleksjon og vurdering av resultater viktig (<http://www.matematikksenteret.no/content.ap?thisId=74>).

3.4 Prosedyre og skåring

Testingen foregikk i mars og gikk over to dager. Selve spørreskjema ble gjort i fellesskap i hver gruppe, mens testing av arbeidsminne foregikk individuelt på grupperom. Besvarelsen av spørreskjema tok cirka 20 minutter, mens testing av arbeidsminnet tok cirka 5 minutter. I forhold til administrering av testene var det viktig at testsituasjonen var mest mulig lik for alle elevene. Dette er ment å bedre målene som kommer ut fra testingen, slik at testingen er mest mulig pålitelig. For at testsituasjonen skal bli så riktig og lik som mulig for alle elevene er det viktig å forholde seg til de retningslinjene som foreligger i manualen for testing av tallhukommelse baklengs.

I forkant av undersøkelsen gjennomførte vi en pilottest av spørreskjema for å prøve ut spørsmålene, og for å kunne vurdere eventuelle endringer vi måtte ta stilling til i forhold til gjennomføringen av dette.

3.5 Validitet

Når man skal belyse et forskningsproblem, er det viktig at de slutninger man gjør seg har en rimelig høy grad av validitet eller sikkerhet. Validiteten avhenger av de empiriske metodeprosedyrene, teorien og tidligere forskningsresultater som er anvendt i undersøkelsen. Med tanke på ulike empiriske forhold i undersøkelsen er det blant annet viktig å påse at de ulike indikatorene ikke måler andre begreper, men måler de relevante begreper for undersøkelsen (Lund, 2002a). Forskningsproblemet i denne undersøkelsen inneholder begrepene metakognitiv kunnskap, matematiske ferdigheter og arbeidsminne, og operasjonaliseringene er mål på disse begrepene. De konkrete og operasjonaliserte tiltakene i dette prosjektet er altså ment å reflektere de teoretiske begreper som inngår i forskningsproblemet.

I arbeidet med å ivareta validitet er det tatt utgangspunkt i Cook og Campbells validitetssystem for kausale undersøkelser. Her opererer de med fire typer validitetskrav: statistisk validitet, indre validitet, begrepsvaliditet og ytre validitet (Shadish, Cook & Campbell, 2002). Det har vært vanlig å bruke systemet som en metodologisk referanseramme innen kvantitativ forskning, og selv om dette systemet er utarbeidet for kausal forskning, er deler av systemet også relevant for beskrivende undersøkelser (Lund, 2002a). I denne

undersøkelsen er det aktuelt å se på alle de fire validitetskravene, selv om det i Lund (2002a) sees på som irrelevant å vurdere indre validitet fordi dette er en ikke-kausal undersøkelse.

Undersøkelsen har en god statistisk validitet dersom man kan trekke en holdbar slutning om at sammenhengen mellom prediktorvariabelen og kriterievariabelen er rimelig sterk, altså statistisk signifikant (Lund, 2002a).

God begrepsvaliditet oppnår man når de operasjonaliserte variablene måler de begrepene som er relevant i forhold til prosjektet (Lund, 2002a). Her blir det altså avgjørende i hvilken grad det er samsvar i innholdet mellom begrepene mening og måten de er operasjonalisert på. Spørreskjema som benyttes for å måle metakognitive ferdigheter er laget med utgangspunkt i andre undersøkelser og andre spørreskjema som omhandler måling av metakognisjon. Den valgte operasjonaliseringen for dette er ment å samsvare godt med undersøkelsens teoretiske begrep, metakognitive kunnskaper. Nasjonale prøver og testen for arbeidsminne er standardiserte tester, og er ment å samsvare godt med undersøkelsens teoretiske begreper, matematiske ferdigheter og arbeidsminne.

Indre validitet er mest aktuelt å vurdere når man gjennomfører en kausal undersøkelse. Kravet om indre validitet handler i følge Shadish m.fl. (2002) om å bevise årsakssammenhenger. I hovedsak mangler dette designet eksperimentleddet der forskeren undersøker virkningen av en variabel. Til tross for dette vil indre validitet bli vurdert. Det vil her være vanskelig å si noe hva som er årsaksforholdet, noe som fører til at det blir viktig å støtte seg til anvendt teori og forskning på området i vurderingen av indre validitet.

Det siste kravet som er aktuelt i forhold til dette prosjektet gjelder ytre validitet og generaliserbarhet. God ytre validitet er oppnådd dersom man i denne undersøkelsen kan generalisere med rimelig sikkerhet til relevante individer, situasjoner eller tider (Lund, 2002a). Individene i undersøkelsen er en relativt ensartet gruppe, og utvalget er ment å representere norske skoleelever i sin alminnelighet, som befinner seg på 8.trinn. Utvalgets størrelsesorden på 50-60 elever er rimelig i forhold til hva som kan forventes av denne type prosjekter. Videre er ytre validitet også ment styrket gjennom anvendt teori og resultater fra annen forskning. I følge Lund (2002b) er kunnskap basert på informasjon i og utenfor undersøkelsen, er avgjørende for validiteten rundt en eventuell generalisering. For å tolke resultatene fra denne undersøkelsen på en adekvat måte, bør vi vurdere ytre validitet i forhold til elevtyper, klassetrinn og skolesituasjoner som resultatene kan være gyldige for.

3.6 Etiske betraktninger

For å ivareta de etiske normer som gjelder for samfunnsvitenskapelig forskning er det tatt hensyn til krav om et informert og fritt samtykke, behandling av personopplysninger anonymisering og oppbevaring av datamaterialet, og tilbakeføring av resultatene (NESH, 2006).

3.6.1 Informert og fritt samtykke

Før innsamlingen av data startet, ble det via skolen sendt ut et informasjonsbrev med samtykkeerklæring til elevenes foresatte (se vedlegg B). I dette brevet fikk foresatte informasjon om prosjektets formål og hvordan undersøkelsen skulle gjennomføres. Det ble informert om at deltakelse var frivillig, og foresatte måtte gi et skriftlig samtykke for at deres barn kunne delta i undersøkelsen.

3.6.2 Behandling av personopplysninger

For å sikre de formelle kravene for behandling av personopplysninger ble det sendt et meldeskjema til personvernombudet for forsknings- og studentprosjekter (NSD). Etter behandling av NSD, ble det fastslått at prosjektet ikke innebar behandling av personopplysninger som direkte eller indirekte kan knyttes til elev, skole eller sted. Begrunnelsen for dette er at undersøkelsen gjennomføres anonymt ved at et utvalg elever besvarer et spørreskjema. Alt datamateriale foreligger i anonymisert form, og prosjektet er derfor ikke meldepliktig (se vedlegg D).

Prosjektet ble på et senere tidspunkt endret. Det ble besluttet å teste arbeidsminne, og benytte eksisterende data i form av elevenes skåre på nasjonale prøver i regning, som ble gjennomført i oktober 2009. Disse endringene ble meldt til NSD i begynnelsen av mars 2010. Endringene ble bekreftet og godkjent av NSD (se vedlegg E).

3.6.3 Anonymisering og oppbevaring av datamaterialet

Datamaterialet er anonymisert, og derfor vil verken enkeltelever eller skole kunne bli identifisert. Følgelig vil derfor også forskningsmaterialet slik det presenteres i oppgaven være anonymisert, i tråd med de forskningsetiske retningslinjene (NESH, 2006).

Spørreskjema og test av arbeidsminne ble nummerert fra 1-60. Elevens skåre på nasjonal prøve i regning ble ført på spørreskjemaet, slik at dette kunne knyttes til elevens besvarelse av spørreskjema og resultat på test av arbeidsminne. Det var matematikklærer ved skolen som førte skårene fra nasjonale prøver over på de nummererte spørreskjemaene.

3.6.4 Barn og unges deltakelse i forskning

I denne undersøkelsen er informantene elever i grunnskolen, og i den forbindelse må viktige etiske hensyn ivaretas (NESH, 2006). Undersøkelsens metode og innhold ble tilpasset aldersgruppen som deltok. I tillegg til samtykke fra foresatte, ga også elevene selv et fritt og informert samtykke til å delta i undersøkelsen. Før undersøkelsen ble gjennomført ble det gitt informasjon om prosjektet, hva det innebærer å delta i prosjektet og informasjon om at deltakelse er frivillig. Elevene kan velge å avstå fra å delta i undersøkelsen, og kan trekke seg under besvarelse av spørreskjema og test av arbeidsminne uten å oppgi begrunnelse. Elevene kan imidlertid ikke trekke seg fra undersøkelsen etter at denne er gjennomført. Grunnen til dette er at undersøkelsen er anonym, og alt datamateriale er anonymisert. Det vil derfor ikke være mulig å finne tilbake til den enkelte elevs besvarelse og resultat i datamaterialet. Det ble gitt informasjon om dette til foresatte og elever før undersøkelsen startet (se vedlegg B).

3.6.5 Tilbakeføring av forskningsresultatene

Etter prosjektets slutt vil skolen få en rapport fra prosjektet, tilbud om kopi av masteroppgaven og presentasjon av resultatene fra undersøkelsen. Her vil sentrale funn og tendenser i datamaterialet tilbakeføres til skolen, noe som kan være nyttig for videre planlegging og tilpasning av matematikkundervisning for elevene.

4 Resultater

I dette kapittelet presenteres og analyseres resultatene fra undersøkelsen. Innsamlet data er analysert med dataprogrammet SPSS. Først presenteres resultatene fra en eksplorerende faktoranalyse, og deretter beskrives variablenes fordelinger og reliabilitet. Videre kommenteres korrelasjonene mellom variablene i undersøkelsen. En korrelasjonskoeffisient måler verdi (positiv eller negativ) og grad av sammenheng mellom to variabler. En korrelasjonskoeffisient kan derimot ikke si noe om forholdet mellom kriterie- og prediktorvariabel (Kinnear & Gray, 2004; Pedhazur 1997). For å belyse dette forholdet ble det benyttet hierarkisk multipl regresjonsanalyse, som presenteres tilslutt.

4.1 Faktoranalyse av metakognitive variabler

Det ble først utført en eksplorerende faktoranalyse, for å redusere variablene i spørreskjemaet (spørsmål 1-17) til færre faktorer (De Vaus, 2002; Gall, Gall & Borg, 2007). Denne analysen førte til 5 faktorer med egenverdier større enn 1. Tabell 2 nedenfor viser hvordan variablene korrelerte med de 5 faktorene. De 5 faktorene forklarer 66,38 % av den totale variansen.

Tabell 2. Roterte faktorladninger.

Spørsmål	Faktor				
	1	2	3	4	5
1	.354	-.004	.120	.667	.471
2	.365	.417	-.116	.563	-.034
3	.253	.779	.090	-.026	.165
4	.174	.523	.536	.302	.007
5	-.045	.156	.122	.055	.897
6	.096	.755	-.290	.312	-.053

7	.761	-.109	.056	.166	-.068
8	.526	.358	.282	-.099	.225
9	.703	.088	.100	.366	.082
10	.744	.278	.029	.187	.119
11	.025	.525	.186	.129	.049
12	.368	.222	-.034	.672	.060
13	.107	.180	.514	.554	-.226
14	-.077	-.170	.756	-.028	.347
15	.200	.148	.806	-.021	.002
16	.708	.054	.098	.269	-.063
17	.738	.337	-.012	.055	-.088

Faktor 1 inkluderer 6 spørsmål (7-10 og 16-17), og er den faktoren med høyest egenverdi (5.607). Faktoren kan forklare 20.63 % av variansen. Spørsmål nr.11 ("Jeg løser oppgaver på ulike måter, avhengig av oppgave") ble ekskludert fra analysen, fordi denne variabelen har en relativ lav kommunalitet (.330) sammenlignet med de andre variablene. Variablenes kommunalitet beregnes på grunnlag av faktorladninger og korrelasjoner mellom faktorene og variabelen. Kommunalitet angir variabelens varians som blir forklart av en kombinasjon av faktorene. Hvis kommunaliteten er lav, betyr dette at variabelens varians ikke blir forklart av faktorene (Christophersen, 2009; De Vaus, 2002).

Variabler som korrelerer med flere enn en faktor, kan forstyrre den videre analysen og i slike tilfeller ble variablene fjernet (De Vaus, 2002). Spørsmål nr. 13 ("Når jeg ikke klarer å

løse en oppgave, vet jeg hva som er årsaken til dette”) ble fjernet, fordi variabelen korrelerer med både faktor 3 (.514) og faktor 4 (.554). Spørsmål nr.4 (”Jeg vet hva som skal til for at jeg skal lære best mulig”) korrelerer med faktor 2 (.523) og faktor 3 (.536), og ble derfor også fjernet. Faktor 5 inneholder kun spørsmål nr.5 (”Jeg lærer best når jeg vet noe om temaet på forhånd”), og ble derfor ikke tatt med.

Tabellen nedenfor (tabell 3) viser korrelasjonene mellom faktor 2, 3 og 4. Det er en klar og signifikant sammenheng mellom faktor 2 og 4. Etter en innholdsanalyse på bakgrunn av resultatene i faktoranalysen, ble faktor 2 og 4 slått sammen til faktor 2. Faktor 3 ble utelukket fra den videre analysen.

Tabell 3. Korrelasjoner mellom faktor 2, 3 og 4.

Faktor	2	3	4
2	-	.152	.470**
3		-	.213
4			-

** Korrelasjonen er signifikant på .01 nivå med to-halet test.

En korrelasjonsanalyse av faktor 1 og 2 (hvor faktor 2 og 4 nå er slått sammen), viser en sterk og signifikant sammenheng mellom disse, Pearson $r = .612$ og $p\text{-verdi} = .000$. På grunn av den signifikante sammenhengen mellom faktorene kan man vurdere å slå disse sammen. Dette ble derimot ikke gjort på grunn av at faktor 2 korrelerer med tallhukommelse baklengs, men dette gjør ikke faktor 1 (se tabell 6 nedenfor). I 4.3 foretas en grundigere presentasjon og redegjørelse av korrelasjonene mellom undersøkelsens variabler, og det vil derfor ikke bli utdypes mer her.

Gjennom en faktoranalyse ble variablene for å måle metakognitiv kunnskap (spørsmål 1-17 i spørreskjemaet) redusert til 2 faktorer. Tabellen nedenfor oppsummerer resultatene fra faktoranalysen (tabell 4).

Tabell 4. Oppsummeringstabell for variablene som inngår i faktor 1 og 2.

Faktor 1	Faktor 2
Prosedural kunnskap	Deklarativ kunnskap
Når jeg løser en oppgave, bruker jeg fremgangsmåter jeg vet fungerer	Jeg vet hva jeg trenger å lære i matematikk
Når jeg løser en oppgave, ser jeg underveis om min fremgangsmåte er riktig eller feil	Jeg vet hva som er vanskelig for meg i matematikk
Jeg vet hvordan ulike fremgangsmåter kan hjelpe meg med å løse en oppgave best mulig	Jeg husker det jeg lærer i matematikk
Jeg vet hvorfor jeg velger å løse en oppgave på en bestemt måte	Jeg vet hva jeg har lært i matematikk
Etter at jeg er ferdig med en oppgave, vet jeg hvor godt jeg har løst denne	Jeg vet hvor godt jeg har forstått ett emne vi har gått igjennom
Når jeg leser en oppgave, vet jeg hvor godt jeg kan løse den	

Faktor 1 kalles prosedural kunnskap, og består av variabler som antas å måle metakognitiv kunnskap om ulike fremgangsmåter i matematisk problemløsning. Faktor 2 kalles deklarativ kunnskap, inkluderer variabler som antas å måle elevens kunnskap om seg selv som lærende.

4.2 Deskriptiv analyse av målte variabler

I tabellen nedenfor (tabell 5) presenteres gjennomsnitt, standardavvik, skjevhet, kurtose og Cronbach`s Alpha verdier for variablene som inngikk i undersøkelsen.

Tabell 5. Deskriptive data for variablene i undersøkelsen.

Variabel	N	Gjennom- snitt	Standardavvik	Skjevhet	Kurtose	Cronbach alpha
Prosedural kunnskap	53	22.62	3.50	-.698	.955	.84
Deklarativ kunnskap	53	20.85	2.66	-.561	-.276	.78
Nasjonale prøver	53	35.06	12.76	-.083	-1.151	.92
Tallhukommelse baklengs	53	5.53	1.72	.590	-.258	-

4.2.1 Vurdering av variablenes fordeling og reliabilitet

I tabell 5 viser verdiene for skjevhet om skårene fordeler seg skjevt eller symmetrisk, mens kurtosis angir om fordelingen er spissere eller mer flattrykt enn normalfordelingen (Miles & Shelvin, 2001; Christophersen, 2009). Normalfordelingen er perfekt symmetrisk, og er verken spiss eller flattrykt. Dette tilsier at i normalfordelingen er verdiene for både skjevhet og kurtosis 0 (De Vaus, 2002).

Verdiene for skjevhet i tabellen ovenfor viser at de fire variablene befinner seg innen området -3 til 3, og man kan derfor si at resultatene i denne undersøkelsen er tilnærmet normal fordelt (Christophersen, 2009). Resultatene på variabelen prosedural kunnskap viser en venstre skjev fordeling, mens kurtoseverdien indikerer at fordelingen er noe spissere enn normalfordelingen (Christophersen, 2009).

Reliabilitet er et mål på hvor pålitelig og konsistens en test eller et spørreskjema er (De Vaus, 2002; Gall, Gall & Borg, 2007). Cronbach`s Alpha er en reliabilitetskoeffisient som uttrykker indre konsistens ved variablene, og har en rekkevidde fra 0 til 1 (Christophersen, 2009). Reliabilitetskoeffisienten bør være over .70 for at man kan si at et måleredskap er pålitelig, men reliabiliteten bør være mellom .80 og .90 for at man vurderer

reliabiliteten som god eller høy (De Vaus, 2002; Gall, Gall & Borg, 2007).

Reliabilitetskoeffisienten i tabell 5, viser at prosedural kunnskap har relativt høy reliabilitet (Gall, Gall & Borg, 2007).

Fordelingen av resultatene på variabelen deklarativ kunnskap er også venstre skjev, men noe mer flattrykt enn normalfordelingen (Christophersen, 2009).

Reliabilitetskoeffisienten er noe lavere enn for prosedural kunnskap (.78), men reliabiliteten vurderes likevel som god i denne undersøkelsen.

Cronbach`s Alpha for nasjonale prøver er .92, noe som indikerer høy reliabilitet (Ravlo, Johansen, Tokle, Andersen & Vinje, 2010). Fordelingen av resultatene på nasjonale prøver er svakt venstre fordelt, og er mer flattrykt. For testen Tallhukommelse baklengs er det ikke utregnet en egen Cronbach`s Alpha, men en felles reliabilitetskoeffisient for tallhukommelse forlengs og baklengs er .83 for 12 år og 13 år, og .86 for 14 år og 15 år (Wechsler, 1999). Tabell 5 viser derfor ikke verdien på Cronbach`s Alpha for denne testen, fordi denne ikke foreligger. Fordelingen av resultatene på arbeidsminnetesten er høyre skjev, og kurven er mer flattrykt enn normalfordelingen.

4.3 Bivariat korrelasjonsanalyse

Tabellen nedenfor presenterer reliabilitetskoeffisientene (Pearsons r) mellom variablene som inngikk i undersøkelsen. Verdiene i tabellen angir retning (positiv eller negativ), og hvor sterk sammenheng det er mellom to variabler.

Tabell 6. Korrelasjonstabell for sammenhengen mellom variablene i undersøkelsen.

Variabler	1	2	3	4
Prosedural kunnskap	-	.612**	.370**	.219
Deklarativ kunnskap		-	.375**	.322*
Nasjonal prøve i regning			-	.196
Tallhukommelse baklengs				-

** Korrelasjonen er signifikant ved .01 nivå med to-halet test. * Korrelasjonen er signifikant ved .05 nivå med to-halet test.

I tabell 6 kan man se at korrelasjonene mellom prosedural kunnskap og tallhukommelse baklengs, og mellom nasjonal prøve i regning og tallhukommelse baklengs er svake (henholdsvis .219 og .196). Korrelasjonene mellom nevnte variabler er heller ikke er signifikante. En korrelasjon er ikke signifikant dersom p-verdien er høyere enn .05. Signifikanstesting innebærer å teste om de statistiske resultatene kan skyldes tilfeldigheter, og resulterer i en p-verdi mellom 0 og 1. En lav p-verdi innebærer at det er mindre sjanse for at korrelasjonen mellom to variabler skyldes tilfeldigheter, og indikerer at resultatene gjenspeiler en faktisk korrelasjon i utvalget. I denne korrelasjonsanalysen benyttes signifikansnivåene .01 og .05. Dersom p-verdien er høyere enn .01 eller .05, er korrelasjonen ikke signifikant. En ikke signifikant korrelasjon betyr at det er henholdsvis 1 % og 5 % sjanse for at resultatet skyldes tilfeldigheter. Er p-verdien lavere enn .05, er korrelasjonen signifikant. Det er da mindre enn 5 % sjanse for at resultatet skyldes tilfeldigheter. Utvalgsstørrelsen har også betydning for om korrelasjoner mellom variabler er signifikante. Det er vanskeligere å oppnå signifikans i mindre utvalg, fordi det vil være større sjanse for at resultatene skyldes tilfeldigheter (DeVaus, 2002). I denne undersøkelsen er utvalget 53 elever, og det er muligens være noe vanskeligere å signifikans.

Sammenhengen mellom variablene prosedural kunnskap og deklarativ kunnskap, er sterk og signifikant (.612). Ved å kvadrere korrelasjonskoeffisienten (Pearsons r) kan man regne ut forklart varians i prosent. Dette kan gi et klarere bilde på hvor sterk sammenhengen mellom to variabler er, men ikke retningen. Korrelasjonskoeffisienten indikerer retning (positiv eller negativ verdi), og ut ifra tabell 6 kan man se at korrelasjonene mellom undersøkelsens variabler er positive (DeVaus, 2002). Forklart varians for variablene prosedural- og deklarativ kunnskap er cirka 37 %.

Prosedural- og deklarativ kunnskap korrelerer moderat med nasjonal prøve i regning (.370 og .375), og sammenhengene er signifikante. Forklart varians er cirka 13 % for prosedural kunnskap, og cirka 14 % for deklarativ kunnskap. Uttrykt på en annen måte, prosedural- og deklarativ kunnskap forklarer henholdsvis 13 % og 14 % av variasjonen på nasjonal prøve i regning.

Som nevnt ovenfor, er korrelasjonen mellom prosedural kunnskap og tallhukommelse baklengs svak og ikke signifikant. Tabell 6 viser derimot at det er en moderat sammenheng (.322) mellom deklarativ kunnskap og tallhukommelse baklengs, og korrelasjonen er signifikant. Dette er interessant og ikke forventet, fordi prosedural- og deklarativ kunnskap korrelerer høyt (.612). Ut ifra dette vil man kunne anta at de to metakognitive variablene måler noe av den samme kunnskapen hos elevene. Korrelasjonsanalysen avdekker derimot at prosedural- og deklarativ kunnskap også måler ulike metakognitive aspekter, fordi det er kun deklarativ kunnskap som korrelerer med tallhukommelse baklengs. Forklart varians mellom deklarativ kunnskap og tallhukommelse baklengs er cirka 10 %. Med andre ord, forskjeller i deklarativ kunnskap kan forklare 10 % av variasjonen på tallhukommelse baklengs.

4.4 Hierarkisk regresjonsanalyse

For å belyse i hvilken grad metakognitiv kunnskap kan forklare variasjon i matematiske ferdigheter, ble det benyttet hierarkisk regresjonsanalyse. Ved å legge prediktorvariablene inn i regresjonsmodellen i prioritert rekkefølge, kan man avdekke variablenes forklaringseffekt. Variabelen som legges inn til slutt i analysen, kan man studere individuell effekt av (Christophersen, 2009; Pedhazur, 1997). Tabell 7 presenterer resultatene fra regresjonsanalysen.

Tabell 7. Hierarkisk regresjonsanalyse som viser prediktorvariablenes forklaringseffekt på elevenes matematiske ferdigheter. (N = 53).

Steg	Variabel	Multippel korrelasjon	Proposjonsforklart varians	p-verdi
1.	Tallhukommelse baklengs	.038	.038	.159
2.	Prosedural kunnskap	.151	.113	.013
3.	Deklarativ kunnskap	.178	.027	.210
<hr/>				
2.	Deklarativ kunnskap	.147	.109	.015
3.	Prosedural kunnskap	.178	.031	.181

I tabell 7 viser de nummererte stegene i første kolonne, hvilken rekkefølge prediktorvariablene er lagt inn i regresjonsmodellen. Multippel korrelasjon angir samlet korrelasjonskoeffisient mellom matematiske ferdigheter (kriterievariabel) og prediktorvariablene. Kolonnen med proposjonsforklart varians viser prediktorvariablenes unike bidrag på matematiske ferdigheter. P-verdi angir om variablenes bidrag for å forklare matematikkferdigheter er signifikant. Dersom p-verdien er under .05 anses bidraget som signifikant, men hvis p-verdien er over .05 er bidraget ikke signifikant.

Gjennom faktoranalyse ble det besluttet å beholde to faktorer, prosedural kunnskap (faktor 1) og deklarativ kunnskap (faktor 2). Prosedural- og deklarativ kunnskap korrelerer høyt med hverandre (.612), mens kun deklarativ kunnskap korrelerer (.322) signifikant med tallhukommelse baklengs. Det ble derfor vurdert som hensiktsmessig å beholde to faktorer, istedenfor at de ble slått sammen til en faktor. Korrelasjonsanalysen (se tabell 6) viser

imidlertid at, prosedural kunnskap også korrelerer (.219) med tallhukommelse baklengs, men dette er ikke signifikant. Ut ifra dette, kan man se at begge de metakognitive variablene korrelerer tilnærmet likt med tallhukommelse baklengs. I tabell 7 kan man også se at prosedural kunnskap og deklarativ kunnskap bidrar lite til forklart variasjon, utover hverandre (.031 og .027). Det er derfor ikke grunnlag for å skille prosedural- og deklarativ kunnskap i analysen. De to metakognitive variablene ble derfor slått sammen til en variabel, her kalt metakognitiv kunnskap. Verdien på Cronbach's Alpha er .86 for variabelen metakognitiv kunnskap. Korrelasjonen mellom metakognitiv kunnskap og tallhukommelse baklengs er svak (.293), men signifikant. Korrelasjonen mellom metakognitiv kunnskap og nasjonale prøver, er relativt sterk (.414) og signifikant. Tabell 8 viser resultatene fra regresjonsanalysen, når variablene prosedural- og deklarativ kunnskap er slått sammen til variabelen metakognitiv kunnskap.

Tabell 8. Hierarkisk regresjonsanalyse: Metakognitiv kunnskaps forklaringseffekt på matematiske ferdigheter, når det er kontrollert for arbeidsminne. N = 53.

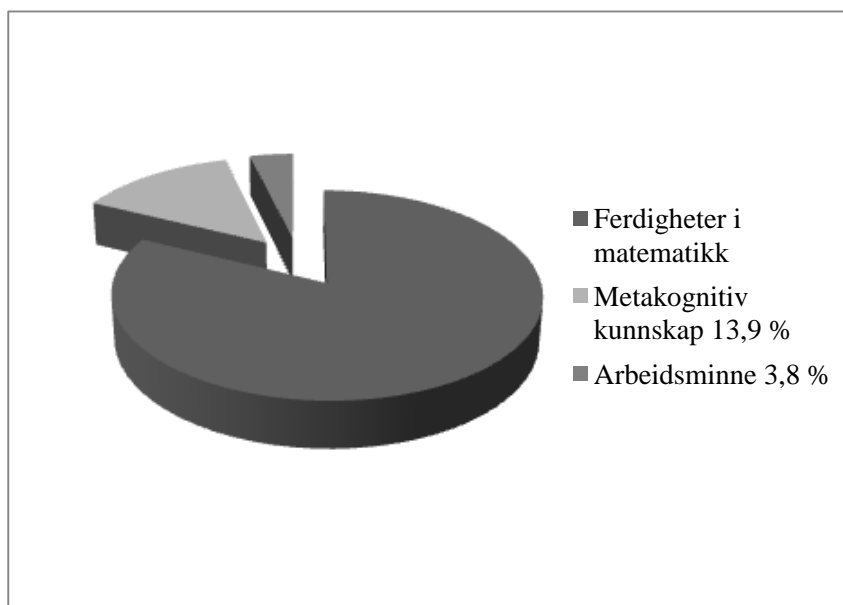
Steg	Variabel	Multippel korrelasjon	Proposjonsforklart variasjon	p-verdi
1.	Tallhukommelse baklengs	.038	.038	.159
2.	Metakognitiv kunnskap	.178	.139	.005
.....				
1.	Metakognitiv kunnskap	.171	.171	.002
2.	Tallhukommelse baklengs	.178	.006	.544

4.4.1 Vurdering av prediktorvariablenes forklaringseffekt på matematiske ferdigheter

Tallhukommelse baklengs ble lagt først inn, for på denne måten kan det kontrolleres for arbeidsminne (Christophersen, 2009; Pedhazur, 1997). Ut fra tabell 8 kan man se at arbeidsminne kan forklare cirka 3,8 % av variasjonen i matematikkferdigheter, men dette bidraget er ikke signifikant.

Metakognitiv kunnskap kan forklare cirka 13,9 % av variasjonen i matematiske ferdigheter, når det er kontrollert for arbeidsminne. Dette bidraget er tillegg signifikant. Videre når metakognitiv kunnskap legges inn først i analysen, viser det at arbeidsminne kun forklarer 0,6 % av variasjonen i matematiske ferdigheter. Effektstørrelsen er her marginal, og ikke signifikant. Figur 1 nedenfor, viser metakognitiv kunnskaps forklaringseffekt på matematiske ferdigheter, angitt i prosent.

Figur 1. Forklaringseffekten av metakognitiv kunnskap (prosedural- og deklarativ kunnskap) og arbeidsminne på ferdigheter i matematikk.



Figur 1 viser at metakognitiv kunnskap forklarer 13,9 % av variasjonen i matematiske ferdigheter, og det er etter at det er kontrollert for arbeidsminne. Arbeidsminne kan forklare 3,8 % av variasjonen, men dette er ikke signifikant. Samlet sett, så kan arbeidsminne og

metakognitiv kunnskap forklare 17,8 % av variasjonen i matematiske ferdigheter. Samlet forklart variasjon i denne undersøkelsen anses som lav.

5 Drøfting av resultater

I dette kapittelet drøftes undersøkelsens resultater. Ved en gjennomgang av data i kapittel 4, ser man at resultatene fra undersøkelsen viser at det er en signifikant sammenheng mellom metakognitiv kunnskap og matematiske ferdigheter hos elever på 8.trinn. Dette er også gjeldende etter at det er kontrollert for arbeidsminne.

På bakgrunn av en eksplorerende faktoranalyse og en bivariat korrelasjonsanalyse, ble det besluttet å beholde to faktorer: prosedural kunnskap og deklarativ kunnskap. Faktorene korrelerer høyt med hverandre, men korrelerer noe forskjellig med arbeidsminne.. Regresjonsanalysene viser derimot at det ikke er grunnlag for å skille prosedural kunnskap og deklarativ kunnskap, fordi de to faktorene bidrar til lite forklart variasjon utover hverandre. Og derfor ble faktorene variablene prosedural kunnskap og deklarativ kunnskap slått sammen til en variabel, metakognitiv kunnskap.

Det ble ikke funnet en signifikant sammenheng mellom arbeidsminne og matematiske ferdigheter, til tross for at det finnes god empirisk støtte for at arbeidsminne har betydning for variasjon i matematiske ferdigheter. Resultatene fra undersøkelsen viser at metakognitive ferdigheter kan forklare 13.9 % av variasjonen i matematiske ferdigheter, etter at det er kontrollert for arbeidsminne. Samlet bidrar arbeidsminne og metakognitiv kunnskap til 17,8 % av variasjonen i matematiske ferdigheter.

Videre vil undersøkelsens resultater diskuteres i forhold til validitet. Her vil spesielt type I-feil, signifikans og effektstørrelse bli vurdert grundig, og det vil bli diskutert hva som kan være årsaken til at arbeidsminne bidrar med så lite til variasjon i matematiske ferdigheter. Deretter vil resultatene behandles i lys av prosjektets problemstilling og den teorien og empirien som ligger til grunn for forskningsspørsmålet. Til slutt pekes det på muligheter for videre forskning, for så å legge frem undersøkelsens konklusjon.

5.1 Validitet

Validitet er i følge Shadish, Cook og Campbell (2002) sannhetsverdien til de slutninger som trekkes fra en studie. Validitet skal styrke gyldigheten i studiens slutninger.

Videre nevner de at slike "beviser" vanligvis vil komme fra både empiriske funn i undersøkelsen og disse funnene satt i sammenheng med tidligere resultater fra andre undersøkelser, men vi kan aldri bli helt sikre på at de slutninger som trekkes fra en enkeltundersøkelse er sanne, eller usanne. Ulike design har også ulike trusler mot validiteten. Disse er grunnen til at man kan ta delvis eller fullstendig feil, når man kommer fram til en slutning. Truslene har dermed en viktig funksjon. De hjelper oss til å forutse mulig kritikk av slutninger fra eksperimenter som viser til gjentatte erfaringer, slik at forskeren kan styrke disse funnene. Man kan trekke fire hovedslutninger: statistiske, kausale, begrepslutninger og generaliseringer, og for å ivareta validiteten er det tatt utgangspunkt i Cook og Campbells fire validitetstyper: Statistisk validitet, indre validitet, begrepsvaliditet og ytre validitet (Shadish, Cook & Campbell, 2002). Dermed vil resultatene og de ulike slutningene drøftes med utgangspunkt i disse.

5.1.1 Statistisk validitet

Shadish et al., (2002) hevder at om resultatene fra en undersøkelse skal være statistisk valide må man kunne trekke en holdbar slutning om at sammenhengen mellom årsak og effekt, eller tendensen, er statistisk signifikant og rimelig sterk. Videre er statistisk validitet en nødvendig betingelse for de andre kvalitetskravene (begrepsvaliditet, indre validitet og ytre validitet), dermed bør denne vurderes først. Statistisk validitet omhandler to statistiske slutninger: (1) om antatt årsak og effekt samvarierer. Siden dette er en korrelasjonell studie, ser man her på om det er en sammenheng mellom kriterievariabelen (matematiske ferdigheter) og prediktorvariabelen (metakognitiv kunnskap). Den neste statistiske slutningen (2) blir å se på hvor sterkt de samvarierer. Vi kan her gjøre to typer feil: (1) vi kan uriktig konkludere med at årsak og effekt samvarierer, når de ikke gjør det (type 1-feil) eller (2) uriktig konkludere med at de ikke samvarierer, når de faktisk gjør det (type 2-feil).

Den vanligste måten å sjekke om det er en samvariasjon mellom variablene, er gjennom å signifikant teste en nullhypotese. I denne undersøkelsen er nullhypotesen at metakognitiv kunnskap ikke kan forklare variasjon i matematiske ferdigheter, når det kontrolleres for arbeidsminne. Her vil det være en signifikant sammenheng mellom disse variablene hvis man finner en p-verdi som er mindre enn .05. Men en signifikant testing av nullhypotesen sier lite om størrelse og effekt. Derfor er det greit å presentere resultatene som effektstørrelser. Effektstørrelsene er prosentvis forklart variasjon, og en samvariasjon kan bli

unøyaktig dersom effektstørrelsen er lav (Shadish, Cook & Campbell, 2002). Resultatene viser her at p-verdien mellom metakognitiv kunnskap og matematiske ferdigheter er signifikant på .005, betydelig mindre enn .05, og videre viser prosentvis forklart variasjon at metakognitiv kunnskap kan forklare 13.9 % av variasjonen i matematiske ferdigheter. Samlet sett ser man at arbeidsminne og metakognitiv kunnskap kan forklare 17.8 % av variasjonen i matematiske ferdigheter.

Videre blir det viktig å vurdere om den statistiske slutningen kan være en feilslutning ved hypotesetestingen. God statistisk validitet kan sikres når den statistiske styrken er sterk, og brudd på statistiske forutsetninger er forhindret. Brudd på statistiske forutsetninger og lav statistisk styrke er altså trusler mot statistisk validitet. Ved brudd på statistiske forutsetninger står man i fare for å begå en type I-feil, hvor muligheten for å begå denne type feil er lik signifikansnivået (Shadish et al., 2002).

I denne undersøkelsen er signifikansnivåene .01 og .05. Når signifikansnivået er .01 er det bare 1 sjanse av 100 for at man skal forkaste en sann nullhypotese, altså 1 %, og videre 5 % på .05 nivå. Ved brudd på statistiske forutsetninger er det ikke sikkert at den er lik 1 % eller 5 %. Dersom data ikke er normalfordelt vil det ikke stemme overens med normalfordelingskurven, som er grunnlaget for signifikansnivået. Hvis utvalget ikke viser tilnærmet en normalfordeling på en variabel, kan dette føre til en underestimering. En normalfordeling avhenger av gruppens manglende heterogenitet og testenets målingssikkerhet. Normalitetstester som er tatt av utvalget i denne undersøkelsen, viser en tilnærmet normalfordeling på samtlige variabler. Dermed er normalitetskravet til denne undersøkelsen innfridd, og dette er med på å styrke den statistiske styrken og forhindre brudd på statistiske forutsetninger. Ut i fra dette kan vi anta det ikke er begått en type I-feil i denne undersøkelsen, og vi ser at vi har 0.5 % sjanse for at dette kan ha skjedd. Dermed forkaster vi nullhypotesen som sier at metakognitiv kunnskap ikke kan forklare variasjon i matematiske ferdigheter, når det kontrolleres for arbeidsminne.

Videre er det flere faktorer som kan føre til lav statistisk styrke, og dermed en underestimering av effektstørrelsen. Dette vil kunne gi feilaktige resultater og føre til at man begår en type II-feil, og dermed beholder en nullhypotese som er feilaktig (Shadish et al., 2002). Selv om nullhypotesen er forkastet, vil statistisk styrke vurderes.

Reliabilitet

Måleinstrumentene som er brukt kan gi kunstige resultater som er forårsaket av tilfeldige målingsfeil. Derfor må testen målingssikkerhet, eller reliabilitet også vurderes. Ved å anvende resultater fra tester med dårlig reliabilitet kan man stå i fare for å fastslå en signifikant sammenheng mellom variablene, selv om det ikke er det (Shadish et al., 2002). Reliabilitet er i følge Kleven (2002a) et uttrykk for i hvilken grad data er fri for, eller inneholder tilfeldige målingsfeil, altså hvor nøyaktig eller unøyaktig en test måler det den måler. Er målingene konsistente vil man få tilnærmet samme resultater på gjentatte målinger gjort på samme person, med mindre denne personen har forandret seg i mellomtida. Tilfeldige målingsfeil handler om at man som enkeltpersoner presterer ulikt til forskjellige tidspunkter. Med andre ord trenger ikke feilene og skyldes tilfeldigheter, men feilene kan også oppføre seg tilfeldig. Dette vil jevne seg ut om man bare prøver nok mange ganger. Tilfeldige målefeil kan altså påvirke testresultatene slik at variasjonene i variablene ikke skyldes fenomenene vi studerer, men de måleinstrumentene vi bruker.

Det er vanlig å benytte ulike mål for å vurdere reliabiliteten til ulike tester som brukes i en undersøkelse. Det man gjør er å estimere testen indre konsistens (Kleven, 2002a). For å estimere testen indre konsistens er det i denne oppgaven brukt Cronbach's alpha. Denne har en rekkevidde fra 0 til 1, og denne størrelsen er en direkte funksjon av gjennomsnittelig kovarians mellom antall oppgaver i en test. Alpha vil øke med antall oppgaver, noe som reflekterer det forhold at tilfeldige feil jevner seg ut i det lange løp. I undersøkelsen ble det også registrert en høyere Alpha når prosedural kunnskap og deklarativ kunnskap ble slått sammen til en variabel. Hver for seg hadde prosedural- og deklarativ kunnskap en Alpha på henholdsvis .84 og .78. Etter at disse ble slått sammen fikk man en samlet Alpha på .86.

Alphakoeffisienten forteller oss hvor stor likhet vi kunne forventet om hele oppgavesettet ble erstattet med et annet sett fra samme univers av oppgaver, altså oppgaver som var ment å måle de samme tingene (Kleven, 2002a). Resultater på reliabilitetsmål i denne undersøkelsen er gode, med tanke på at reliabilitetskoeffisienten bør være over .70 for at man kan si at et måleredskap er pålitelig. Men som nevnt i kapittel fire, bør reliabiliteten være mellom .80 og .90 for at man vurderer reliabiliteten som god eller høy. Nasjonale prøver viser en alpha på .92 (Ravlo, Johansen, Tokle, Andersen & Vinje, 2010). Metakognitiv kunnskap viser en alphakoeffisient på .86, og denne er sammenlignbar med de to

undersøkelsene (Schraw & Dennison, 1994; Panaoura & Phillipou, 2007) som spørsmålene er laget ut ifra. Disse undersøkelsene viser til alfa-koeffisienter på .86 og .93, og dermed anses også de å ha høy reliabilitet.

Arbeidsminne ble målt ved hjelp av deltesten tallhukommelse baklengs fra WISC-III (Wechsler Intelligence Scale for Children-III). For denne deltesten er det ikke utregnet en egen Cronbach's Alpha, fordi denne har en felles reliabilitetskoeffisient for tallhukommelse forlengs og baklengs. Samlet sett viser denne .83 for 12 og 13 år og .86 for 14 og 15 år (Wechsler, 1999). Tallhukommelse baklengs er brukt av Gathercole et al. (2004a) for å tappe den generelle kapasiteten til arbeidsminne. Derimot er deres test hentet fra Working Memory Test Battery for Children (WMTB-C) (Pickering & Gathercole, 2001 ref. i Gathercole et al., 2004a). Denne viser en test-retesteffekt på .62 og kan sies å ha en moderat stabilitet (Gathercole et al., 2004a). En test-retest er en måte å undersøke stabilitetsaspektet i en test, hvor man foretar målinger av de samme personene, på de samme betingelsene, men på ulike tidspunkt. Testen er reliabel dersom resultatene til personene plasserer seg likt i forhold til hverandre på de to målingene (Kleven, 2002a). Mangel på reliabilitetskoeffisienten på denne testen, er som tidligere nevnt en svakhet i denne undersøkelsen, fordi dette gjør det vanskelig å kunne vurdere denne tilstrekkelig.

I denne undersøkelsen er både spørreskjema og nasjonale prøver i regning vurdert til å ha god reliabilitet. Man reduserer derfor faren for mistolkninger av statistiske sammenhenger. Høye reliabilitetskoeffisienter bidrar til å styrke den statistiske slutningen, om at det er en signifikant sammenheng mellom metakognitiv kunnskap og matematiske ferdigheter. Med andre ord, man kan med større sikkerhet anta at det er en signifikant sammenheng mellom disse variablene. Når det gjelder testen tallhukommelse baklengs, er dette noe mer usikkert. Reliabilitetskoeffisienten som foreligger er felles for tallhukommelse forlengs og baklengs. Det er grunn til å anta at den reliabilitetskoeffisienten for kun tallhukommelse baklengs er noe lavere, fordi Alpha vil minske med færre oppgaver. Resultatene fra denne undersøkelsen viste at det ikke er en sammenheng mellom arbeidsminne og matematiske ferdigheter. Arbeidsminne forklarer kun 3,8 % av variasjonen i ferdigheter, og dette bidraget er heller ikke signifikant. Ved å anvende resultatene fra tallhukommelse baklengs, som antas å ha lavere testreliabilitet, kan man stå i fare for å fastslå at det ikke er en signifikant sammenheng mellom arbeidsminne og matematiske ferdigheter, selv om det i virkeligheten er det. På bakgrunn av eksisterende teori og empiri, var det forventet å finne nettopp en signifikant

sammenheng mellom disse variablene. En mulig forklaring på at man ikke finner dette i denne undersøkelsen er at en lav reliabilitetskoeffisient på tallhukommelse baklengs, bidrar til å tilsløre sammenhengen mellom arbeidsminne og matematiske ferdigheter. En annen forklaring kan være at tallhukommelse baklengs ikke er en tilfredsstillende operasjonalisering av arbeidsminne (Shadish et al., 2002). Dette vil bli nærmere diskutert under begrepsvaliditet, som omhandler måleinstrumentenes operasjonalisering.

Det er videre viktig å ta hensyn til persongruppen som har vært benyttet ved estimering av reliabilitet, fordi reliabilitetskoeffisienten også er avhengig av hvor mye spredning det er i de sanne skårene. Med sann skåre menes den skåre en person ville få hvis målingen var uten tilfeldige feil (Kleven, 2002a). Har man for eksempel en fullstendig homogen gruppe, det vil si en gruppe med sann varians lik null, får man likevel en viss spredning, men spredningen her vil skyldes målingsfeil. Et testresultat vil imidlertid alltid være preget av tilfeldige målefeil i større eller mindre grad (Kleven, 2002a). Måler vi så en heterogen gruppe på samme måte og den sanne variansen utgjør en forholdsvis stor del av observert varians i denne gruppen, da vil reliabilitetskoeffisienten bli høy (Kleven, 2002a).

Selve testingen i seg selv kan være en trussel mot statistisk validitet. Hvis testsituasjonen oppleves som kunstig kan den påvirke elevene på ulike måter. Faktorer som blant annet prestasjonsmotivasjon, generell oppmerksomhet fra testleder, elevens konsentrasjon, nervøsitet, dagsform, atypiske svar når det gjelder hva de tror forventes, er blant flere som kan virke inn på resultatene. Her kan det være en fare for at det man ønsker å måle ikke blir målt, men en får heller et mål for en av disse andre faktorene (Shadish et al., 2002). Når slike irrelevante forhold blander seg inn, står man også her i fare for å få en skjevhet i målingen (Kleven, 2002a). I denne undersøkelsen er de fysiske rammene relativt like for alle elevene når det gjelder testingen av tallhukommelse baklengs og metakognitive ferdigheter, videre er det grunn til å anta at dette også gjelder for nasjonale prøver, da det finnes like retningslinjer for elevene på hvordan disse skal gjennomføres, men dette har vi som nevnt ingen kontroll over.

Utvalg

Et lite utvalg kan medføre at forskjellen i aritmetisk gjennomsnitt må være større for å bli regnet som signifikant. (Shadish et al., 2002). Jo større utvalg, dess større styrke, men et større utvalg kan videre føre til at utvalgets heterogenitet blir svekket. Utvalget vårt vurderes som helhet å være en forholdsvis homogen gruppe, noe som svekker ytre validitet, men som altså anses å være en styrke i forhold til statistisk validitet. Heterogenitet vil kunne påvirke samvariasjon og forårsake feil (Shadish et al., 2002). I slike tilfeller er det hensiktsmessig å måle relevante respondentkarakteristika og bruke disse som eventuelle kontrollvariabler. I denne undersøkelsen er respondentkarakteristika i form av arbeidsminne-estimat brukt som kontrollvariabel. I følge Shadish et al. (2002) vil den statistiske styrken øke når en korrigerer for kontrollvariabler, dersom det er en signifikant sammenheng. Til tross for at utvalget i denne undersøkelsen er forholdsvis lite ($n=53$) er det rimelig å si at det er tilfredsstillende for denne type undersøkelse, sammenlignet med andre tilsvarende korrelasjonelle studier.

I denne oppgaven anses krav til parametrisk statistikk å være tilfredsstillende oppfylt. Dermed er ikke brudd på statistiske forutsetninger å anse som en trussel for oppgavens slutninger. Oppgavens statistiske styrke anses å være god.

5.1.2 Indre validitet

I følge Shadish, Cook og Campbell (2002) handler det indre validitetskravet først og fremst om å bevise årsakssammenhenger. Dermed er indre validitet mest aktuelt å vurdere når man gjennomfører kausale undersøkelser, men det vil også være aktuelt å vurdere retningen av mulige årsakssammenhenger i korrelasjonelle studier. Lund (2002a) hevder at retningsproblemet er en av de mest aktuelle truslene mot indre validitet i korrelasjonelle studier. I denne studien vil det handle om årsaksforholdet mellom metakognitiv kunnskap og matematiske ferdigheter. Med utgangspunkt i resultatene er det grunn til å anta at metakognitiv kunnskap påvirker matematiske ferdigheter, men det kan også være omvendt, nemlig at matematiske ferdigheter påvirker metakognitiv kunnskap. Dette gir videre rom for diskusjon. Retningsproblematikken er grunnen til at det i undersøkelsen er brukt to-halet test. Bruk av en-halet test i stedet for to-halet, vil øke statistisk styrke (Lund, 2002a), men en en-halet test forutsetter en hypotese om forventet årsaksretning mellom variablene.

På grunn av at man i denne type design ikke har muligheten til å manipulere uavhengig variabel, slik man kan i eksperimentelle design blir det vanskelig å påvise i hvilken retning variablene påvirker hverandre. Undersøkelsen har anvendt en ikke-eksperimentell design, og denne designtypen viser svakheter når det gjelder å påvise kausale forhold. Bruk av en longitudinell design hvor man foretar flere målinger på forskjellige tidspunkter, kan kompensere noe for retningsproblemet. Videre vil treningsstudier av metakognisjon kunne registrere om dette har en effekt på matematiske prestasjoner.

Kleven(2002b) hevder at i ikke-eksperimentelle design vil en sammenheng alltid være forenelig med flere mulige kausalrelasjoner. Derfor hevder han at det vil være umulig å trekke helt sikre konklusjoner om årsaksforhold. Han mener videre at en forsker som velger denne type design bør vurdere alternative tolkninger av resultatet når det gjelder indre validitet. Jo flere av de mulige tolkninger som kan elimineres, dess høyere tillit får den gjenværende tolkningen. Slik kan man også styrke tilliten til en årsakstolkning. Å lete etter mulige tredje variabler er sentralt i jakten på ulike tolkninger.

I denne undersøkelsen er det kontrollert for arbeidsminne, men det er sannsynlig at elevene kan variere på andre områder også, og at andre variabler, som ikke er kartlagt, kan påvirke undersøkelsens resultater. Mulige årsaksforklaringer og tredjevariabler kan for eksempel være elevens holdninger til matematikk, elevens motivasjon, intelligens, foreldres sosioøkonomiske bakgrunn, nonverbal IQ og elevens språkferdigheter. Det kan også være en fare for at det er oversett andre relevante variabler som ville ha påvirket resultatene, men dette er vanskelig å forutsi. Gjennom en regresjonsanalyse muliggjør man at retnings- og styrkeforholdet mellom variablene kan vurderes, og man kan her kontrollere for bakenforliggende variabler. I dette tilfellet er det kontrollert for arbeidsminne. Regresjonsanalysen viser at metakognitiv kunnskap kan forklare 13.9 % av matematiske ferdigheter, mens arbeidsminne forklarer bare 3.8 %. Det er også viktig å understreke at færre variabler gjør det lettere å finne en sammenheng. Dersom man hadde inkludert flere variabler i denne undersøkelsen, kunne dette ha påvirket resultatene.

Gjennom resultater fra andre undersøkelser og fra teorien som ligger til grunn for denne undersøkelsen ser man at verbale ferdigheter, fonologisk prosessering, tallferdigheter og intelligens kan være mulige faktorer som er med på å forklare variasjoner i matematiske ferdigheter. Videre finnes det god empirisk støtte for at arbeidsminne har betydning for

matematiske ferdigheter, og dette var også en avgjørende faktor for at arbeidsminne ble valgt som kontrollvariabel. At arbeidsminne bare forklarer 3.8 % av variasjonen i matematiske ferdigheter var ikke forventet med tanke på tidligere studier. Årsaken til dette spriket kan bunne i testen som ble brukt som estimat. Andre og eventuelt flere tester på arbeidsminne ville kanskje gitt andre resultater, men disse kunne gått i begge retninger. Undersøkelsens indre validitet er ikke å anse som god, da det er problematisk å påvise en retning av hva som påvirker hva. Retningsproblematikken er derfor en aktuell trussel i denne undersøkelsen.

5.1.3 Begrepsvaliditet

Shadish et al. (2002) viser til to sider ved begrepsvaliditet. Det ene er å forstå begrepene, mens det andre er å fastsette betydningen av dem. Begrepsvaliditet involverer undersøkelsens variabler, og alt som er spesielt med utvalget. Videre forklarer de dette med å vise til tre årsaker som viser til hvorfor det er viktig å vurdere begrepsvaliditet. For det første er begreper sentrale betydninger for å knytte sammen operasjonene i en undersøkelse med relevant teori og videre til de språklige samfunn som vil bruke resultatene i praksis. Her er det fare for at eksperimenter inneholder konstruksjonsfeil hvor man risikerer å villedes både teori og praksis. De viser videre til at begreper ofte bærer med seg ”merkelapper” fra ulike deler av samfunnet, det være seg det sosiale miljø, det politiske miljø eller det økonomiske miljø. Disse forholdene påvirker oppfatningen av, og innholdet i begrepene. Dermed er det viktig å klargjøre betydningen av begrepene i en undersøkelse. Til slutt påpeker de at utvikling og forsvaret av grunnleggende begreper er en fundamental oppgave i all forskning.

Begrepsvaliditet er knyttet til i hvilken grad de målene som brukes i en undersøkelse er representative indikatorer på de begrepene de er ment å måle (Kleven, 2002a). Kleven (2002a) understreker at begrepsvaliditet uttrykker samsvar mellom teoretisk begrep og gjennomført undersøkelse. Feilkilder som kommer til under innsamlingen av data reduserer begrepsvaliditeten, og på grunn av disse reduseres samsvaret mellom begrepet slik det er definert og slik det operasjonalisert. Det vil med andre ord si, at begrepsvaliditet styrkes dersom en test måler de begreper den er ment å måle.

Med en test eller en operasjonalisert variabel står man i fare for å måle irrelevante begreper og usystematiske feil, i tillegg til relevante begreper (Lund, 2002a). Problemer kan oppstå når man skal karakterisere og måle utvalget, rammen rundt, testene og resultatene. Det

er mange forhold som virker inn her. I denne undersøkelsen blir det viktig å vurdere i hvilken grad målene som brukes på metakognitiv kunnskap, arbeidsminne og matematiske ferdigheter er representative indikatorer på innholdet i disse begrepene. Og videre om disse målene er ”usmittet” av andre irrelevante begreper. Når man skal undersøke begrepsvaliditet er det viktig å jobbe med både teori og data (Kleven, 2002a). Videre blir det viktig å vurdere i hvilken grad det er samsvar mellom begrepet slik det er definert teoretisk og slik man lykkes med å operasjonalisere det.

Et begrep kan være sammensatt, slik som begrepene metakognitiv kunnskap, arbeidsminne og matematiske ferdigheter er. Dermed omfatter måleinstrumentet flere delområder. Det er videre forventet at de ulike delområdene skal korrelere med hverandre, med tanke på at de er delområder innenfor samme begrep. Her vil en faktoranalyse være et aktuelt hjelpemiddel for å studere faktorstrukturen i måleresultatet. Korrelasjoner mellom tester som ikke måler samme begrep bør være lavere enn korrelasjoner som måler samme begrep. Man kan si at man har en rimelig god begrepsvaliditet når korrelasjonene mellom mål som gjelder samme begrep er en god del høyere enn andre korrelasjoner (Kleven, 2002a). I denne undersøkelsen viser en bivariat korrelasjonsanalyse at korrelasjonen mellom prosedural kunnskap og deklarativ kunnskap er sterk og signifikant med en effektstørrelse på .612. Dette er den høyeste effektstørrelsen. Her ser vi altså at korrelasjonen som måler det samme begrepet er den høyeste. Videre viser resultatene at korrelasjonen mellom tallhukommelse baklengs og matematiske ferdigheter en svak og ikke signifikant sammenheng på .196. Dette var ikke forventet, da det var grunn til å anta at disse variablene ville måle noen av de samme ferdighetene hos elevene med bakgrunn i tidligere teori.

Her blir det viktig å vurdere i hvilken grad de indikatorene som er benyttet er representative for begrepene de måler, og at de ikke bare avdekker enkelte sider ved et begrep. Kleven (2002a) formulerer et begrepsvaliditetsspørsmål hvor han lurer på i hvilken grad de indikatorene som benyttes er representative for alle de indikatorene man hadde hatt bruk for dersom begrepet skulle vært fullgodt representert. Her snakker han om innholdsvaliditet og et tilfeldig utvalg av oppgaver og indikatorer. Normalt sett har vi ikke oversikten over alle disse, dermed kan vi ikke sikre oss et tilfeldig utvalg av dem og vi risikerer derfor å ha et skjevt utvalg. Videre kan man forbedre validiteten gjennom å øke antall operasjonaliseringer, og her bør vi bruke operasjonaliseringer som er så forskjellige som mulig. Er det mulig å nærme seg begrepet fra flere sider, vil man med disse sidene til

sammen kunne kartlegge begrepet bedre (Kleven, 2002a). Derimot ble dette vanskelig med tanke på den tiden som var til rådighet for dette prosjektet, og derfor er det viktig at man støtter seg til tidligere undersøkelser og deres resultater med tanke på indikatorer.

Indikatorene som er benyttet i denne undersøkelsen er laget, eller valgt med utgangspunkt i den teorien som ligger til grunn. Spørsmålene til spørreskjema er laget på bakgrunn av to tidligere undersøkelser, disse er tidligere nevnt under kapittel 3. Metakognitiv kunnskap ble i denne undersøkelsen operasjonalisert til to faktorer (prosedural kunnskap og deklarativ kunnskap) gjennom en eksplorerende faktoranalyse. Prosedural kunnskap og deklarativ kunnskap korrelerer høyt med hverandre, noe som indikerer at begge måler begrepet metakognitiv kunnskap. Men som nevnt tidligere er metakognitiv kunnskap et sammensatt begrep, og dermed vil det være sannsynlig at andre delområder ikke nødvendigvis ville gitt de samme resultatene.

Arbeidsminne ble operasjonalisert til resultat på testen tallhukommelse baklengs. Resultatene i vår undersøkelse viser ikke en sammenheng mellom arbeidsminne og matematiske ferdigheter, noe som er overraskende ut ifra tidligere teori og empiri. Her må det vurderes om det kunne vært hensiktsmessig å tilføye flere tester, eller benytte andre tester for måling av arbeidsminne. Flere tester ville kunne gitt ett sikrere og mer helhetlig mål på arbeidsminne, noe som muligens ville ført til at man kunne ha observert en sammenheng mellom arbeidsminne og matematiske ferdigheter. For eksempel kunne man benyttet flere deltester fra Pickering og Gathercoles (2001 ref. i Gathercole et al.2004a) testbatteri for arbeidsminne. Testbatteriet består av åtte deltester, hvor tre av deltestene er ment å være mål for den sentrale styringsenheten. Deltesten tallhukommelse baklengs fra WISC-III er en test som anses å være sensitiv for stress, og dette kan også muligens ha påvirket resultatene (Wechsler, 1999).

Nasjonal prøve i regning ble brukt som operasjonalisert indikator for matematiske ferdigheter. Denne testen var allerede gjennomført, og det var ikke grunnlag for å vurdere selve testsituasjonen. Man har derfor ikke kontroll over eventuelle systematiske målefeil på gjennomføringen av denne testen. Det er allikevel grunn til å anta at testen har høy innholdsmessig validitet, men man kan spørre seg om nasjonale prøver i regning er en god indikator på matematiske ferdigheter, eller om den bare måler enkelte delområder av matematiske ferdigheter. Som nevnt innledningsvis er matematiske ferdigheter mange og

komplekse, og det kan se ut til at tallhukommelse baklengs og nasjonal prøve i regning indikerer ferdigheter på forskjellige områder. Nasjonale prøver i regning er ment å måle tallforståelse, måleferdighet og tallbehandling.

Utvalgets bakgrunn og erfaringer kan også ha en innvirkning på begrepsvaliditeten. Undersøkelsen kan antas å innbefatte elever som påvirkes og er påvirket av faktorer, som for eksempel kulturell bakgrunn, oppdragelse, sosioøkonomiske forhold etc. I denne undersøkelsen har elevene norsk som førstespråk, og de er innenfor det samme årstrinnet i skolen. Videre er informantene bosatt i samme geografiske området.

De teoretiske begrepene som måles i denne undersøkelsen er komplekse og sammensatte. Spørsmålet er om man har lyktes å operasjonalisere disse begrepene tilfredsstillende. Tallhukommelse baklengs, som er en operasjonalisering av arbeidsminnet, er muligens ikke et tilstrekkelig mål på arbeidsminne. Videre stilles det også spørsmål til hva nasjonale prøver egentlig måler av matematiske ferdigheter. Metakognitiv kunnskap operasjonaliseres gjennom et spørreskjema, som omhandler prosedural og deklarativ kunnskap. Dette spørreskjemaet synes å måle aspekter innenfor metakognitiv kunnskap, men det er vanskelig å vurdere om hele spekteret innenfor metakognitiv kunnskap blir målt. Begrepsvaliditeten regnes derfor som noe svak i denne undersøkelsen.

5.1.4 Ytre validitet

Shadish, Cook og Campbells (2002) siste krav gjelder ytre validitet. Det dreier seg om resultatenes generaliserbarhet til bestemte individer, situasjoner og tider. Hvis man kan generalisere til og over relevante personer, situasjoner og tider med rimelig sikkerhet, da har man oppnådd god ytre validitet. Man bør altså skille mellom til- og over-generaliseringer. Man kan for eksempel generalisere en effekt, i dette tilfellet en sammenheng til ungdomsskoleelever, men man må også vurdere denne sammenhengen kan variere over undergrupper som for eksempel kjønn, andre klassetrinn, skoledistrikter etc. (Lund, 2002b).

Selv om en undersøkelse skulle ha gode resultater når det gjelder statistisk validitet, og god indre- og begrepsvaliditet betyr ikke dette at resultatene automatiske kan generaliseres til en faktisk populasjon. Som nevnt i metodekapitlet er det i denne undersøkelsen aktuelt å foreta en to-trinns generalisering med bakgrunn i utvalgsmetode. Det vil si at man her blir nødt

til å vurdere om man kan generalisere fra det faktiske utvalget til tilgjengelig populasjon (østlandspopulasjonen), og deretter fra tilgjengelig populasjon til målpopulasjon (elever som befinner seg på 8.trinn på landsbasis). Videre vil ytre validitet drøftes opp mot tre mulige trusler mot denne.

Når man trekker ut et utvalg står man i fare for å få et ikke-representativt utvalg. Ikke-representative individutvalg er en trussel i forhold til til-generalisering og gjelder dersom utvalget ikke er representativt for populasjonen det er trukket ut fra. Jo skjevere et utvalg er i forhold til populasjonen, desto større er risikoen for at generaliseringen ikke er gyldig. Et tilfeldig utvalg av informanter fra populasjonen forhindrer denne type trussel (Lund, 2002a). Altså avhenger dette av utvalgsmetode.

Individhomogenitet er en trussel og gjelder over-generalisering. Dette er aktuelt hvis informantene er en relativt ensartet gruppe. Her er det en risiko for at gruppen er så spesiell at resultatene ikke lar seg generalisere til andre persontyper. Ved å velge en heterogen gruppe øker sannsynligheten for at det finnes en likhet mellom utvalget og andre persongrupper i populasjonen, og videre kan man altså forhindre denne type trussel. Dette vil da optimalisere ytre validitet, men er videre en trussel mot statistisk validitet ved at statistisk styrke reduseres. Dette er et eksempel på en konflikt mellom validitetstypene, altså at en optimalisering av en validitetstype fører til svekkelse av en annen (Lund, 2002a). Om en gruppe er homogen eller heterogen avhenger, på linje med representativitet, av utvalgsmetode. Utvalget i denne undersøkelsen er ikke trukket ut tilfeldig eller ved sannsynlighetsutvelging, noe som svekker ytre validitet i dette prosjektet.

Med en sannsynlighetsutvelging av medlemmer i en populasjon kan man med større sannsynlighet kunne generalisere til andre medlemmer i denne populasjonen, og over andre persongrupper. Med andre ord, fordelen med en sannsynlighetsutvelging er at denne bedre kan sikre oss et representativt utvalg, og dermed kan man generalisere med større sikkerhet (Lund, 2002b). Det vil derimot være mer krevende ressursmessig å foreta en sannsynlighetsutvelging, spesielt med tanke på de ressurser man har tilgjengelig for denne type prosjekter. Skolen ble valgt ut etter tilgjengelighetsprinsippet og det er dermed vanskelig å si om dette utvalget er representativt for tilgjengelig populasjonen og målpopulasjon, altså kan man ikke generalisere med rimelig sikkerhet. Det finnes heller ikke noe grunnlag for å vurdere om det geografiske området som tilgjengelig populasjon er hentet fra er representativt

for elever på landsbasis. Videre kan man heller ikke generalisere resultatene over andre aldersgrupper, fordi elevene i utvalget befant seg på samme alderstrinn. Det er også blitt hevdet i tidligere teori og empiri, at man kan anta at kognitive ferdigheter viser seg forskjellig i forskjellige aldersgrupper.

For å oppnå god ytre validitet er det også viktig å velge situasjoner og tider som kan være representative for de som berøres av undersøkelsens formål og forskningsproblem, i tillegg til individer (Lund, 2002b). Det er videre problematisk å trekke slutninger om at resultatene kan generaliseres over andre situasjoner eller tider. På grunn av utvalgsprosedyre og utvalgskriterier som ble benyttet, kan man heller ikke generalisere til elever på landsbasis. Oppsummert, viser det seg altså at denne undersøkelsen ikke kan sies å ha god ytre validitet.

5.2 Drøfting av undersøkelsens funn i lys av eksisterende teori og empiri

I vurdering av validitet finner man enkelte svakheter i metode og gjennomføringen, som fører til at validiteten svekkes. Noen av disse forholdene vil tas med under diskusjon av sammenhengene, der dette synes nødvendig. Videre vil undersøkelsens resultater drøfter opp mot eksisterende teori og empiri. Dette vil diskuteres med utgangspunkt i oppgavens problemstilling. Deretter vil muligheten for videre studier kommenteres.

5.2.1 Sammenhengen mellom metakognitiv kunnskap og ferdigheter i matematikk

Den statistiske styrken i denne undersøkelsen er god, og viser til en signifikant sammenheng mellom metakognitiv kunnskap og matematiske ferdigheter. Skal man tro på resultatene, viser disse at metakognitiv kunnskap kan forklare 13,9 % av variasjon i matematiske ferdigheter, etter at det er kontrollert for arbeidsminne. Videre viser resultatene at sammenhengen mellom arbeidsminne og matematiske ferdigheter ikke er signifikant. Sammenhengen mellom metakognitiv kunnskap og arbeidsminne er signifikant, men viser en svak effektstørrelse. Studiene som ble presentert i teoretisk og empirisk bakgrunn, viser at det finnes god empirisk støtte for at arbeidsminne kan forklare variasjon i matematikkferdigheter. Dette samsvarer ikke med resultatene fra denne undersøkelsen, hvor arbeidsminne kun kan forklare 3,8 % variasjonen i matematiske ferdigheter, og dette er heller ikke signifikant.

Sammenhengen mellom arbeidsminne og matematiske ferdigheter

Matematiske ferdigheter er mange og komplekse. Arbeidsminne ser ut til å være en betydelig faktor i flere studier, noe som viser seg i metaanalysen (Swanson & Jerman, 2006). Et godt arbeidsminne kan være en forløper for utviklingen av ferdigheter, som man trenger i mer avansert problemløsning (Tronsky & Royer, 2003). Dermed kan man det tenkes at intellektuelle operasjoner i matematikk begrenses av den generelle kapasiteten i arbeidsminne (Gathercole et al, 2004b). I Swanson og Jermans (2006) metaanalyse fant man at barn med matematikkvansker presterer dårligere på arbeidsminne, enn barn som presterer gjennomsnittlig i matematikk.

I vår undersøkelse er tallhukommelse baklengs benyttet som mål på arbeidsminne. En svakhet er at det ikke foreligger reliabilitetskoeffisient for denne testen, men kun en felles reliabilitetskoeffisient for tallhukommelse forlengs og baklengs. Dersom tallhukommelse baklengs har en lav reliabilitetskoeffisient, kan dette bidra til å tilsløre sammenhengen mellom arbeidsminne og matematiske ferdigheter. Det kan også tenkes at tallhukommelse baklengs måler andre aspekter ved arbeidsminnet, enn for eksempel verbalt arbeidsminne noe Swanson og Jerman (2006) identifiserer som det primære problemet for barn med matematikkvansker. Som nevnt under begrepsvaliditet, består tallhukommelse baklengs av få oppgaver. Muligens burde det vært vurdert å benytte andre mål på arbeidsminne eller inkludere flere tester, for å oppnå en tilfredsstillende operasjonalisering av begrepet. Det kan være at tallhukommelse baklengs måler prosesser som angår den sentrale styringsenheten, og ikke den fonologiske sløyfen eller den visuospatiale skisseblokken.

Andersson (2010) har derimot ikke funnet støtte for at barn med matematikkvansker har problemer med verbal arbeidsminnekapasitet eller gjenhenting av fonologisk eller semantisk informasjon fra langtidsminnet. Ifølge Andersson (2010) har barn med matematikkvansker generelle problemer med å prosessere og representere visuospatial informasjon i arbeidsminne. Videre hevder han at kognitive funksjoner i en viss grad kan forklare matematikkvansker, men andre forklaringer må også vurderes. Barn med matematikkvansker har problemer med telling, tallrepresentasjon og addisjonsstrategier og Geary et al (2007), hevder at disse vanskene kan knyttes til problemer med den sentrale styringsenheten.

Det er også vanskelig å vurdere hva nasjonale prøver i regning måler av matematiske ferdigheter. Ifølge kunnskapsløftet (2006) er det et mål å utvikle grunnleggende ferdigheter i regning, og nasjonale prøver skal måle i hvilken grad skolen lykkes med dette. Nasjonale prøver måler elevenes tallforståelse, måleferdighet og tallbehandling. Svakheten med å benytte nasjonale prøver i denne undersøkelsen, er at det ikke er mulighet for å skille ulike aspekter som kan forklare variasjon i matematiske ferdigheter. Og på bakgrunn av dette kan det være vanskelig å se en sammenheng mellom arbeidsminne og matematiske ferdigheter. Ulike oppgaver vil trolig måle ulike ferdigheter, dermed kan muligens arbeidsminne korrelere høyt med enkelte oppgaver og lavt med andre. Noe som vil kunne tilsløre en sammenheng mellom ulike områder i matematiske ferdigheter, og forskjellige komponenter i arbeidsminne. I denne undersøkelsen kunne det derfor vært mer hensiktsmessig å benytte et måleinstrument som måler mer domenespesifikke kunnskaper i matematikk, som for eksempel telleferdigheter eller strategier i de ulike regneartene. Og på denne måten ville det kanskje vært mulig å skille ulike faktorer som inngår i matematiske ferdigheter.

På bakgrunn av denne undersøkelsen kan man ikke trekke en slutning om at det ikke er en signifikant sammenheng mellom arbeidsminne og matematiske ferdigheter, eller omvendt. Videre er det heller ikke sikkert at man hadde funnet en signifikant sammenheng mellom metakognitive kunnskaper og matematiske ferdigheter om man hadde valgt å teste arbeidsminnet annerledes.

Metakognitiv kunnskap

Det fremkommer av ulike studier og av denne undersøkelsen, at begrepet metakognitiv kunnskap er et sammensatt begrep. I denne undersøkelsen ble metakognitiv kunnskap delt inn i tre delområder, men resultatene fra den statistiske analysen viser at det ikke er grunnlag for å skille disse. Det vurderes om det burde blitt benyttet en annen metode for å måle metakognitiv kunnskap, som for eksempel intervju eller ”tenke høyt”-protokoller i tilknytning til oppgaveløsning i matematikk.

Funn i denne undersøkelsen viser at metakognitiv kunnskap kan forklare 13,9 % av variasjon i matematiske ferdigheter, etter at det er kontrollert for arbeidsminne. Dette samsvarer til en viss grad med Veenman et al (2004), som fant at metakognitive ferdigheter kan forklare cirka 9 % til 34 % av variasjonen i læringsprestasjoner på 8. og 9.trinn, etter at det var kontrollert for intelligens. Som nevnt ovenfor, er metakognisjon et sammensatt

begrep. Dette bidrar til at det er vanskelig å vurdere samsvar mellom ulike undersøkelser, fordi man benytter ulike definisjoner av metakognisjon, og måler ulike aspekter ved dette begrepet.

Panaoura og Phillipou (2007) fant ingen signifikante korrelasjoner mellom metakognitiv kunnskap og ferdigheter, og prestasjoner i matematikk. Matematiske prestasjoner korrelerte med prosesseringseffektivitet og arbeidsminnekapasitet. Dette indikerer videre at elevers prestasjoner i matematikk er avhengig av prosesseringseffektivitet og arbeidsminnekapasitet, og ikke metakognitiv kunnskap og ferdigheter. I motsetning til vår undersøkelse, hevder Panaoura og Phillipou (2007) at metakognitiv kunnskap ikke har betydning for matematiske ferdigheter. De hevder derimot at en forbedring av matematiske ferdigheter vil føre til utvikling av metakognitiv kunnskap, og ikke omvendt. Dette er en longitudinell studie, og det er dermed et bedre grunnlag for å trekke slutninger angående retning.

I vår undersøkelse er derimot kausale slutninger vanskelig å trekke. Som det er vist fører retningsproblemet i korrelasjonelle undersøkelser, til at det kan være vanskelig å si noe om årsakssammenhenger. I vår undersøkelse har man to mulige kausale slutninger, i og med at retningen kan gå begge veier. Den ene er at metakognitiv kunnskap kan forklare variasjon i matematiske ferdigheter, den andre er at matematiske ferdigheter kan forklare variasjon i metakognitiv kunnskap. Det er altså vanskelig å si noe om hva som forårsaker hva. Korrelasjonsstudier er derimot viktig for å kunne identifisere mulige årsaker, og legger godt grunnlag for videre forskning.

Funn i vår undersøkelsen viser at det er en signifikant sammenheng mellom metakognitiv kunnskap og matematiske ferdigheter. Desoete et al. (2006) gjorde lignende funn, og de hevder at det er en sammenheng mellom metakognitive ferdigheter og matematiske ferdigheter hos barn med og uten matematikkvansker. Dette styrkes av Desoete (2009) som konkluderte med at trening av metakognitive ferdigheter hadde effekt på matematiske ferdigheter. Dette er en eksperimentell studie, og det kan videre tolkes dit hen at det er et kausalt forhold mellom metakognitive ferdigheter og matematiske ferdigheter.

5.3 Konklusjon og oppsummering

I denne studien ønsket vi å undersøke om metakognitiv kunnskap kunne forklare variasjon i matematiske ferdigheter, etter at det var kontrollert for arbeidsminne. For å måle metakognitiv kunnskap ble det utviklet et spørreskjema basert på teori og tidligere studier. Arbeidsminne ble målt med deltesten tallhukommelse baklengs, og matematiske ferdigheter ble kartlagt med elevens skåre på nasjonale prøver.

Resultatene viste at metakognitiv kunnskap kan forklare 13,9 % variasjon i matematiske ferdigheter, etter at det er kontrollert for arbeidsminne. Videre viste resultatene at arbeidsminne ikke kan forklare en signifikant variasjon i matematiske ferdigheter.

Gjennomgang av ulike validitetskrav viser at er problematisk å fastslå en sammenheng mellom metakognitiv kunnskap og matematiske ferdigheter, til tross for at resultatene viser til en signifikant korrelasjon mellom disse to variablene. Oppgaven har god statistisk styrke, og dermed god statistisk validitet, men tilfredsstillende ikke kravene tilstrekkelig i forhold til de andre tre validitetstypene. Det er god empirisk støtte for at arbeidsminne kan være en årsak til matematikkvansker, og forklare variasjon i matematiske ferdigheter. Det er derfor grunn til å anta at det er en sammenheng mellom arbeidsminne og matematiske ferdigheter, men i vår undersøkelse ble ikke dette avdekket. Andre tester kunne muligens være en bedre operasjonalisering av arbeidsminne, og kunne dermed ført til andre resultater. En eventuell signifikant korrelasjon mellom arbeidsminne og matematiske ferdigheter, kunne også ført til andre resultater angående metakognitiv kunnskaps forklaringseffekt på matematiske ferdigheter.

Studier som undersøker forholdet mellom metakognisjon og matematikk, viser at det kan være en sammenheng mellom disse variablene. Veenman et al. (2004) mener at metakognisjon er en god prediktor for læring, mens Panaoura og Phillipou (2007) hevder at prosesseringseffektivitet og arbeidsminnekapasitet har større betydning for matematiske ferdigheter, enn metakognitiv kunnskap. De hevder videre at matematiske ferdigheter er bedre til å predikere metakognitiv kunnskap, enn omvendt. Desoete et al. (2006) fant en sammenheng mellom metakognitive ferdigheter og problemløsning i matematikk, hos barn med og uten matematikkvansker. Desoete (2009) viser at det finnes svak støtte for at trening av metakognitive ferdigheter kan ha effekt på matematiske ferdigheter. Ifølge Carr og Jessup

(1995) kan metakognisjon føre til mer hensiktsmessig strategibruk, noe som vil ha betydning for problemløsning i matematikk.

Det er videre vanskelig å vurdere samsvar mellom studiene, fordi metakognisjon ennå er et uklart begrep. Teori og empiri på dette området er fortsatt på et tidlig stadium, sammenlignet med studier som omhandler betydningen av kognitive faktorer i matematikk, spesielt arbeidsminne. Det vil dermed være vanskelig å fastslå betydningen av begrepene metakognitiv kunnskap og ferdigheter. Sammenhengen mellom kognisjon og metakognisjon i matematikk er sammensatt og kompleks. Ifølge Desoete et al. (2006) finnes det et spekter av kognitive og metakognitive profiler, hos barn med og uten vansker i matematikk. Det trengs videre mer forskning for å forstå disse mønstrene, slik at man kan hjelpe elever til å mestre problemløsning i matematikk bedre.

5.3.1 Implikasjoner

Gjennom diskusjonen framkommer det flere mulige elementer som kan være interessant for videre forskning. For fremtidige studier vil det være et stort behov for å videreutvikle forståelsen av hva metakognisjon er, og hvilke aspekter som kan ha betydning for matematikkfaglig utvikling. Videre vil det være behov for flere studier som undersøker sammenhengen mellom kognitive og metakognitive prosesser i matematikk, gjerne longitudinelle studier for å undersøke disse prosessene i et utviklingsperspektiv. For å kunne trekke sikre kausale slutninger vil det være spesielt viktig med eksperimentelle studier, som for eksempel undersøker om trening av metakognitive kunnskaper og ferdigheter har effekt på prestasjoner i matematikk. Det trengs også mer forskning på området, for å få en bedre forståelse av ulike mønstre i forhold til matematikkvansker, og for å definere styrker og svakheter hos barn med matematikkvansker. Dette vil videre føre til bevisbaserte intervensjoner, som kan føre til bedre tiltak i det praktiske arbeidet rundt barn med matematikkvansker.

Det viser seg fra tidligere at effektive screeningtester på lesing har ført til utviklingen av bevisbaserte intervensjoner, for eksempel intervensjoner som kartlegger fonologisk bevissthet i lesing. I matematikk er derimot forskningen for utviklingen av valide screeningtester ennå i sin barndom (Jordan et al. 2007). Et resultat av dette kan være at barn med matematikkvansker ikke får den støtten de trenger i grunnskolen. Flere forskere er enige om at tallferdigheter involverer ferdigheter knyttet til telling, tallmønstre, sammenligning av

størrelser, estimering og omforming av tall. Dette reflekterer et barns tidlige erfaringer og dets kognitive evner (Jordan et al. 2007). På bakgrunn av dette kan man anta at tallferdigheter legger grunnlaget for læring av grunnleggende matematiske konsepter og evner i grunnskolen. Tidlig screening av barns tallferdigheter er viktig for å identifisere hvilke barn som senere vil få problemer med matematikk eller matematiske vansker, og som videre vil ha behov for en intervensjon (Jordan et al. 2007). Desoete et al. (2006) mener at intervensjoner også bør ha fokus på både kognitive og metakognitiv styrker og svakheter hos barnet. Trening av barns metakognisjon kan bidra til refleksjon over egen problemløsning, og bedre ferdigheter i matematikk.

Referanser

- Andersson, U. (2010). Skill development in different components of arithmetic and basic cognitive functions: Findings from a 3-year longitudinal study of children with different types of learning difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 102 (1), 115-134.
- Baddeley, A. (1986). Working memory. New York: Oxford Science Publications.
- Befring, E. (2007). Forskningsmetode med etikk og statistikk. Oslo: Det Norske Samlaget.
- Bull, R. & Johnston, R.S. (1997). Children's arithmetical difficulties: contributions from processing speed, item identification, and short-term memory. *Journal of Experimental Child Psychology*, 65, 1-24.
- Carr, M. & Jessup, D.L. (1995). Cognitive and metacognitive predictors of mathematics strategy use. *Learning and Individual Differences*, 7 (3), 235-247.
- Christophersen, K-A. (2009). Databehandling og statistisk analyse med SPSS. Oslo: Unipub.
- Christophersen, K-A. (2002). Metaanalyse: Syntesedanning av forskningsresultater. I T. Lund (red.), *Innføring i forskningsmetodologi*. (s.287-322). Oslo: Unipub.
- De Vaus, D. (2002). Surveys in social research. London: Routledge.
- Desoete, A. (2009). Metacognitive prediction and evaluation skills and mathematical learning in third-grade students. *Educational Research and Evaluation*, 15 (5), 435-446
- Desoete, A., Roeyers, H. & Buysse, A. (2001). Metacognition and Mathematical Problem Solving in Grade 3. *Journal of Learning Disabilities*. Vol. 34, no 5, 435-447.
- Desoete, A., Roeyers, H. & De Clercq, A. (2004). Children with mathematics learning disabilities in Belgium. *Journal of Learning Disabilities*. 37 (1), 50-61.
- Desoete, A., Roeyers, H. & Huylebroeck, A. (2006). Metacognitive skills in Belgian third grade children (age 8 to 9) with and without mathematical learning disabilities. *Metacognition Learning*, 1, 119-135

- Durand, M., Hulme, C., Larkin, R. & Snowling, M. (2005). The cognitive foundations of reading and arithmetic skills in 7- to 10-year-olds. *Journal of Experimental Child Psychology*, 91, 113-136.
- Flavell, J.H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. I L.B. Resnick (Red.), *The nature of intelligence* (s.231-235). New York: Lawrence Erlbaum Associates.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring. A new area of cognitive-developmental inquiry. *American Psychologist*, 34(10), 906-911.
- Flavell, J. H., Miller, P. H., & Miller, S. A. (2002). Cognitive development. New Jersey: Prentice Hall.
- Gall, M. D., Gall, J. P. & Borg, W. R. (2007). Educational research: an introduction. New York: Longman Publishers.
- Garofalo, J. & Lester, F.K. JR. (1985). Metacognition, cognitive monitoring and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16 (3), 163-176.
- Gathercole, S.E. & Baddeley, A.D. (1993). *Working memory and language*. Hove: Erlbaum.
- Gathercole, S., Pickering, S.J., B. Ambridge & H. Wearing (2004a): The structure of working memory from 4 to 15 years of age. *Developmental Psychology*, 40 (2), 177-190.
- Gathercole, S., Pickering, S.J., Knight, C. & Stegmann, Z. (2004b). Working memory skills and educational attainment: evidence from National Curriculum Assessments at 7 and 14 years of age. *Applied Cognitive Psychology*, 18, 1-16.
- Geary, D.C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37 (1), 4-15.
- Geary, D.C & Hoard, M.K (2003). Learning disabilities in basic mathematics. I J.M. Royer (red.), *Mathematical cognition*. (s.93-116). Greenwich, Conn.: Information Age.
- Geary, D.C., Hoard, M.K., Byrd-Craven, J., Nugent, L. & Numtee, C. (2007). Cognitive mechanisms underlying achievement deficits in children with mathematical learning disability. *Child Development*, 78 (4), 1343-1359.

- Hanich, L.B., Jordan, N.C., Kaplan, D., & Dick, J. (2001). Performance across different areas of mathematical cognition in children with learning difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 93 (3), 615-626.
- Hect, S. A., Torgesen, J.K., Wagner, R. K. & Rashotte, C.A. (2001). The relations between phonological processing abilities and emerging individual differences in mathematical computation skills: A longitudinal study from second to fifth grades. *Journal of Experimental Child Psychology*, 79, 192-227.
- Hulme, C. & Snowling, M.J. (2009). *Developmental disorders of language learning and cognition*. Chichester: Wiley-Blackwell.
- Jordan, N.C., Kaplan, D., Locuniak, M.N. & Ramineni, C. (2007). Predicting first-grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22 (1), 36-46.
- Jordan, N.C., Kaplan, D. & Hanich, L.B. (2002). Achievement growth in children with learning difficulties in mathematics: Findings of a two-year longitudinal study. *Journal of Educational Psychology*, 94 (3), 586-597.
- Kinnear, P.R. & Gray, C.D. (2004). *SPSS 12 made simple*. Hove: Psychology Press.
- Kleven, T.A. (2002a). Generaliseringsproblematikk. I T. Lund (red.), *Innføring i forskningsmetodologi*. (s.141-184). Oslo: Unipub.
- Kleven, T. A. (2002b). Ikke-eksperimentelle design. I T.Lund (red.), *Innføring i forskningsmetodologi*. (s.265-286). Oslo: Unipub.
- Kruuse, E. (2005). *Kvantitative forskningsmetoder – i psykologi og tilgrænsende fag*. København: Dansk psykologisk Forlag.
- Kunnskapsdepartementet: *Kunnskapsløftet*, Oslo: 2006.
- Lund, T. (2002a). Metodologiske prinsipper og referanserammer. I T.Lund (red.), *Innføring i forskningsmetodologi*. (s.79-124). Oslo:Unipub.
- Lund, T. (2002b). Generaliseringsproblematikk. I T.Lund (red.), *Innførings i forskningsmetodologi*. (s.125- 140). Oslo: Unipub.

Matematikksenteret. *Nasjonale prøver*. Hentet 15.mars 2010, fra

<http://www.matematikksenteret.no/content.ap?thisId=74>

McLean, J.F., & Hitch, G.J. (1999). Working memory impairments in children with specific arithmetic learning difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, 240-260.

Miles, J. & Shevlin, M. (2001). *Applying regression & correlation*. London: SAGE Publications.

Montague, M. & Bos, C.S. (1990). Cognitive and metacognitive characteristics of eight grade students mathematical problem solving. *Learning and Individual Differences*, 2 (3), 371-388.

NESH. (2006). Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi. Oslo: De nasjonale forskningsetiske komiteer.

Ostad, S.A. (2003). Fra egosentrisk til subvokal tale. Et for lite påaktet utviklingsperspektiv for å forebygge matematikkvansker? *Spesialpedagogikk*, 10, 38-43.

Ostad, S.A. & Sorensen, P.M. (2007). Private speech and strategy-use patterns: bidirectional comparisons of children with and without mathematical difficulties in a developmental perspective. *Journal of Learning Disabilities*, 40 (1), 2-14.

Panaoura, A. & Philippou, G. (2007). The developmental change of young pupils metacognitive ability in mathematics in relation to their cognitive abilities. *Cognitive development*, 22, 149-164.

Pedhazur, E.J. (1997). *Multiple regression in behavioral research. Explanation and prediction*. Thomson Learning.

Ravlo, G., Johansen, O.H., Tokle, O.D., Andersen, T., & Vinje, B. (2010). Rapport: Nasjonal prøve i regning 8.trinn 2009. Hentet 20.april 2010, fra http://www.udir.no/upload/Rapporter/nasjonale_prover/Rapport_regning_8_trinn_2009.pdf

Schraw, G. (2001). Promoting general metacognitive awareness. I H.J. Hartman (Red.), *Metacognition in learning and instruction. Theory, research and practice*. (s.3-16). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

- Schraw, G., & Dennison, R.S. (1994). Assessing metacognitive awareness. *Contemporary Educational Psychology*, 19, 460-475.
- Shadish, W. R., T. D. Cook & D. T. Campbell (2002): *Experimental and Quasi-Experimental Designs for Generalized Causal Inference*. Boston: Huoghton Mifflin Company.
- Swanson, H.L. & Jerman, O. (2006). Math disabilities: A selective meta-analysis of the literature. *Review of Educational Research*, 79 (2), 249-274.
- Thronsen, I. S. (2005). *Selvregulert læring av matematikkferdigheter. En studie av elever på begynnertrinnet*. Doktorgradsavhandling, Universitetet i Oslo, Oslo.
- Tronsky, L.N & Royer, J.M (2003). Relationships among basic computational automaticity, working memory, and complex mathematical problem solving. I J.M. Royer (red.), *Mathematical cognition*. (s.117-146). Greenwich, Conn.: Information Age.
- Utdanningsdirektoratet. (2009, 9.november) *Hva er nasjonale prøver?* Hentet 15.mars, 2010, fra Utdanningsdirektoratet <http://www.udir.no/Artikler/Nasjonale-prover/Hva-er-nasjonale-prover2/>
- Veenman, M.V.J., Van Hout-Wolters, B.H.A.M. & Afflerbach, P. (2006). Metacognition and learning: conceptual and methodological considerations. *Metacognition Learning*, 1, 3-14.
- Veenman, M., Wilhelm, P., & Beishuizen, J. (2004). The relation between intellectual and metacognitive skills from a developmental perspective. *Learning and Instruction*, 14 (1), 89-109.
- Wechsler, D. (1999). *Wechsler intelligence scale for children, WISC-III manual*. Third edition. Svensk versjon. Psykologiforlaget AB: Stockholm.

Vedlegg

A. E-post til skolen.

B. Informasjonsbrev og samtykkeerklæring til foresatte.

C. Spørreskjema.

D. NSD.

E. Godkjenning av NSD.

A. E-post til skolen

Informasjon om prosjektet

”Metakognitiv kunnskap og ferdigheter i matematikk”

Vi er to studenter ved Institutt for spesialpedagogikk ved Universitetet i Oslo som denne våren skal skrive en masteroppgave i spesialpedagogikk. Utvalget vil bestå av 50-60 elever på 8.trinn ved en skole i X kommune, og håper derfor å kunne gjennomføre en slik undersøkelse ved X ungdomsskole.

De siste årene er det blitt rettet stor oppmerksomhet mot norske elevers resultater i matematikk gjennom PISA-undersøkelsene. Samtidig er det behov for mer kunnskap om hvilke faktorer som kan påvirke den matematikkfaglige utviklingen til elever med og uten matematikkvansker.

I vår masteroppgave har vi valgt å undersøke sammenhengen mellom metakognitiv kunnskap og ferdigheter i matematikk hos elever på 8.trinn.

Metakognitiv kunnskap betyr:

- elevens kunnskap om egne evner, ressurser og ferdigheter i læring av matematikk.
- elevens kunnskap om ulike fremgangsmåter for å løse oppgaver i matematikk.
- elevens kunnskap om når ulike fremgangsmåter kan eller bør benyttes, og hvorfor.

Prosjektet startet opp i januar 2010. Undersøkelsen gjennomføres i mars 2010 ved at elevene svarer på et spørreskjema, gjennomfører en test for å måle matematikkferdigheter og en test av elevenes arbeidsminne.

I spørreskjemaet vil elevene bli bedt om å ta stilling til, og vurdere

ulike utsagn som angår metakognitiv kunnskap om strategier. Besvarelsen av spørreskjemaet antas å ta maks 15 min per elev.

For å måle matematikkferdigheter er det ønskelig å benytte M-prøvene. Dersom en slik kartlegging av matematikkferdigheter allerede er gjort ved skolen, kan resultatene fra denne benyttes i prosjektet dersom skolen gir tillatelse til det. Resultater fra andre tester kan også eventuelt benyttes, for eksempel nasjonale prøver.

For å måle elevenes arbeidsminne vil det gjennomføres en kort test på hver elev. Testen vil ta ca. 5 min per elev.

Alt datamateriale vil være anonymisert, slik at verken skole, kommune eller elev kan identifiseres. Datamaterialet vil bli slettet etter prosjektets slutt. Alle foresatte vil få informasjon om prosjektet, og må samtykke for at eleven kan delta.

Skolen vil få en rapport fra prosjektet, og om ønskelig en kopi av hele oppgaven. Vi kan også gi en presentasjon av bakgrunnen for prosjektet og resultater fra undersøkelsen.

Vi håper at skolen vil være interessert i å bli med på et slikt prosjekt, og at det vil være mulig å sette i gang så snart som mulig i begynnelsen av mars. Etter vinterferien vil vi ta kontakt per telefon for å komme med en formell forespørsel.

For spørsmål, ta kontakt med May-Eli Johansen, tlf. 95886177, eller Anne-May Myrvang tlf. 94437115.

På forhånd takk!

Med vennlig hilsen

May-Eli Johansen & Anne-May Myrvang.

B. Informasjonsbrev og samtykkeerklæring til foresatte.

Til foresatte

Oslo, 9.mars 2010.

Informasjon om prosjektet

“METAKOGNITIV KUNNSKAP OG FERDIGHETER I MATEMATIKK”

Vi er to studenter ved Institutt for spesialpedagogikk ved Universitetet i Oslo som denne våren skal skrive en masteroppgave i spesialpedagogikk. I denne oppgaven ønsker vi å se nærmere på sammenhengen mellom metakognitiv kunnskap og ferdigheter i matematikk hos elever på 8. trinn. Metakognitiv kunnskap handler om kunnskap og refleksjoner om tenkning og læreprosesser.

Formålet med prosjektet er å undersøke i hvor stor grad elevenes metakognitive kunnskap kan ha betydning for deres ferdigheter i matematikk. Med bakgrunn i oppmerksomheten rundt norske elevers resultater i matematikk de siste årene, er det behov for mer kunnskap omkring faktorer som er vesentlig for den matematikkfaglige utviklingen hos elever med og uten matematikkvansker.

Prosjektet startet opp i januar 2010. Undersøkelsen gjennomføres i mars 2010 (uke 11) ved at elevene svarer på et spørreskjema, og gjennomfører en test for å måle arbeidsminne. Dette vil foregå i skoletiden. Vi ønsker også tillatelse til å bruke elevenes resultater på nasjonale prøver i regning, som ble gjennomført ved skolen i oktober 2009.

Resultatene fra undersøkelsen ønsker vi å benytte i vår masteroppgave. Undersøkelsen er anonym, det vil derfor ikke være mulig å identifisere den enkelte elev eller skole. Alt materiale vil bli oppbevart på en forsvarlig måte, og tilintetgjort når prosjektet er avsluttet i juni 2010.

Etter at prosjektet er avsluttet vil skolen få en tilbakemelding, og presentasjon av resultatene fra undersøkelsen. Skolen vil ikke få resultater fra enkeltelever siden undersøkelsen er anonym, men en orientering om sentrale funn som kan være nyttig i planlegging og tilpasning av matematikkundervisningen ved skolen.

Det er frivillig å delta i en slik undersøkelse. Eleven kan selv velge å avstå fra å delta, og kan trekke seg under besvarelsen av spørreskjema og test av arbeidsminne uten å oppgi begrunnelse. Det er imidlertid viktig å understreke at eleven ikke kan trekke seg fra undersøkelsen etter at den er gjennomført. Grunnen til dette er at undersøkelsen er anonym, og det vil derfor ikke være mulig å finne den enkelte elevs besvarelse og resultat.

For barn opp til 15 år er det i tillegg også nødvendig å innhente et skriftlig samtykke fra foresatte, som godkjenner at eleven kan delta. Vedlagt finner du/dere en samtykkeerklæring som vi ber dere fylle ut og sende med eleven tilbake til skolen så fort som mulig og senest innen **fredag 12. mars**.

Skoleledelsen og matematikklærer er kontaktet, og stiller seg positive til prosjektet. I tillegg er prosjektet godkjent av Personvernombudet for forskning.

Veileder for prosjektet er Monica Melby-Lervåg. Dersom noen har spørsmål, kan vi kontaktes på tlf. 95 88 61 77/94 43 71 15 eller sende en e-post til: annemam@student.uv.uio.no eller mayelij@student.uio.no .

Vi håper dere synes prosjektet er interessant og nyttig, og at som mange som mulig kan delta.

Med vennlig hilsen

May-Eli Johansen

(student, master i spesialpedagogikk)

Anne-May Myrvang

(student, master i spesialpedagogikk)

Samtykkeerklæring

Jeg/vi

☐

tillater

☐

tillater ikke

at mitt/vårt barn deltar i prosjektet

(navn)

”Metakognitiv kunnskap og ferdigheter i matematikk”

.....

(sted/dato)

.....

(underskrift)

C. Spørreskjema.

1. Kjønn.

☐ Gutt

☐ Jente

Her skal du sette kryss i de rutene du mener passer best for deg.

2. Jeg husker det jeg lærer i matematikk. (D)

Aldri	Sjelden	Noen ganger	Ofte	Alltid
-------	---------	-------------	------	--------

3. Jeg vet hva jeg har lært i matematikk. (Jeg vet hva jeg kan og hva jeg ikke kan i matematikk). (D)

Aldri	Sjelden	Noen ganger	Ofte	Alltid
-------	---------	-------------	------	--------

4. Jeg vet hva jeg trenger å lære i matematikk. (D)

Aldri	Sjelden	Noen ganger	Ofte	Alltid
-------	---------	-------------	------	--------

5. Jeg vet hva som skal til for at jeg skal lære best mulig. (D,S)

Aldri	Sjelden	Noen ganger	Ofte	Alltid
-------	---------	-------------	------	--------

6. Jeg lærer best når jeg vet noe om temaet på forhånd (S)

Aldri	Sjelden	Noen ganger	Ofte	Alltid
-------	---------	-------------	------	--------

7. Jeg vet hva som er vanskelig for meg i matematikk. (D)

Aldri	Sjelden	Noen ganger	Ofte	Alltid
-------	---------	-------------	------	--------

8. Når jeg løser en oppgave bruker jeg fremgangsmåter jeg vet fungerer. (P)

Aldri	Sjelden	Noen ganger	Ofte	Alltid
-------	---------	-------------	------	--------

9. Når jeg løser en oppgave ser jeg underveis om min fremgangsmåte er riktig eller feil. (P)

Aldri	Sjelden	Noen ganger	Ofte	Alltid
-------	---------	-------------	------	--------

10. Jeg vet hvordan ulike fremgangsmåter kan hjelpe meg med å løse en oppgave best mulig. (P)

Aldri	Sjelden	Noen ganger	Ofte	Alltid
-------	---------	-------------	------	--------

11. Jeg vet hvorfor jeg velger å løse en oppgave på en bestemt måte (S).

Aldri	Sjelden	Noen ganger	Ofte	Alltid
-------	---------	-------------	------	--------

12. Jeg løser oppgaver på ulike måter, avhengig av oppgaven (S).

Aldri	Sjelden	Noen ganger	Ofte	Alltid
-------	---------	-------------	------	--------

13. Jeg vet hvor godt jeg har forstått ett emne vi har gått igjennom. (MK)

Aldri	Sjelden	Noen ganger	Ofte	Alltid
-------	---------	-------------	------	--------

14.Når jeg ikke klarer å løse en oppgave vet jeg hva som er årsaken til at det er vanskelig. (MK)

Aldri	Sjelden	Noen ganger	Ofte	Alltid
-------	---------	-------------	------	--------

15.Jeg forstår en oppgave bedre hvis jeg skriver ned eller streker under viktig informasjon. (MK)

Aldri	Sjelden	Noen ganger	Ofte	Alltid
-------	---------	-------------	------	--------

16.Jeg vet ulike måter å huske det jeg har lært i matematikk. (MK)

Aldri	Sjelden	Noen ganger	Ofte	Alltid
-------	---------	-------------	------	--------

17. Etter at jeg er ferdig med en oppgave vet jeg hvor godt jeg har løst denne. (MK)

Aldri	Sjelden	Noen ganger	Ofte	Alltid
-------	---------	-------------	------	--------

18.Når jeg leser en oppgave vet jeg hvor godt jeg kan løse den. (MK)

Aldri	Sjelden	Noen ganger	Ofte	Alltid
-------	---------	-------------	------	--------

Oppgave 1.

I klasse 8c er det 16 elever. Klassen vinner en kasse med 48 appelsiner, og en kartong med sjokolade. I kartongen er det til sammen 10 lag med sjokolade, og det ligger 8 sjokolader i hvert lag.

Hvor mange appelsiner og sjokolader blir det på hver elev?

Løs oppgaven. Hva tenkte du? (P)

Oppgave 2

Truls og Lise skal sette fram stoler i gymsalen før en forestilling. De henter 224 stoler fra lageret. Læreren ber dem sette 14 stoler på hver rad. Hvor mange stolrader blir det?

Løs oppgaven. Hva tenkte du? (P)

Oppgave 3 (løs oppgaven)

$$15 \times 37 =$$

Oppgave 4 (løs oppgaven)

$$648 : 34 =$$

D. Prosjektvurdering

Monica Dalen
Institutt for spesialpedagogikk
Universitetet i Oslo
Postboks 1140 Blindern
0318 OSLO

Norvegisk universitet
N-5007 Bergen
Norway
Tel: +47-55 58 21 17
Fax: +47-55 58 96 50
nsd@nsd.uib.no
www.nsd.uib.no
Org.nr. 985 321 884

Vår dato: 09.02.2010

Vår ref:23531 / 2 / KH

Deres dato:

Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 22.01.2010. Meldingen gjelder prosjektet:

23531
Behandlingsansvarlig
Daglig ansvarlig
Student


Metakognitiv kunnskap om strategier og prestasjoner i matematikk
Universitetet i Oslo, ved institusjonens øverste leder
Monica Dalen
Anne-May Myrvang

Etter gjennomgang av opplysninger gitt i meldeeskjemaet og øvrig dokumentasjon, finner vi at prosjektet ikke medfører meldeplikt eller konsesjonsplikt etter personopplysningslovens §§ 31 og 33.

Dersom prosjektopplegget endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for vår vurdering, skal prosjektet meldes på nytt. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, http://www.nsd.uib.no/personvern/forsk_stud/skjema.html.

Vedlagt følger vår begrunnelse for hvorfor prosjektet ikke er meldepliktig.

Vennlig hilsen


Bjørn Henriksen


Kjersti Håvardstun

Kontaktperson: Kjersti Håvardstun tlf: 55 58 29 53

Vedlegg: Prosjektvurdering

✓ Kopi: Anne-May Myrvang, Ole Vigs gate 2 B, 0357 OSLO

Avdelingskontorer / District Offices:

OSLO: NSD, Universitetet i Oslo, Postboks 1055 Blindern, 0316 Oslo. Tel: +47-22 85 52 11. nsd@uio.no
TRONDHEIM: NSD, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, 7491 Trondheim. Tel: +47-73 59 19 07. kyrre.svarva@svt.ntnu.no
TROMSØ: NSD, SVF, Universitetet i Tromsø, 9037 Tromsø. Tel: +47-77 64 43 36. nsdmaa@sv.uit.no

Personvernombudet for forskning



Prosjektvurdering - Kommentar

23531

Vi viser til innsendt meldeskjema og telefonsamtale med student 08.02.10. Undersøkelsen gjennomføres med manuelle, anonyme spørreskjema. Det legges til grunn at navn på skole/sted ikke fremgår av spørreskjema samt at skjema ikke er påført en kode/referansenummer som viser til skole/sted.

All den tid datamaterialet foreligger i anonymisert form vil ikke prosjektet omfattes av meldeplikten.

Ettersom spørreskjema besvares anonymt bør formuleringen "man kan på et hvilken som helst tidspunkt trekke seg fra undersøkelsen" utgå fra informasjonsskrivet, jf. telefonsamtale.

Prosjektsslutt er 01.06.10. Samtykkeerklæringer og manuelle skjema slettes/makuleres.

E. Bekreftet endringsmelding fra NSD.

Subject: Prosjektnr: 23531. Metakognitiv kunnskap og ferdigheter i matematikk

From: Kjersti Håvardstun <kjersti.havardstun@nsd.uib.no>

Date: Fri, March 12, 2010 13:45

To: annemam@student.uv.uio.no

Ombudet viser til endringsmelding mottatt 08.03.10, der det opplyses at data i tillegg vil bli innhentet ved å gjennomføre en test, samt innhente elevenes resultater på nasjonale prøver i regning. Vi viser også til revidert informasjonsskriv mottatt 11.03.10. Ombudet registrerer endringene, og finner informasjonsskrivet tilfredsstillende. Ombudet legger til grunn at taushetsplikten ikke er til hinder for uthenting av elevenes karakterer. Det er også lagt til grunn at det foreligger samtykke fra den enkelte elev, og fra elevenes foresatte dersom eleven er under 15 år.

--

Vennlig hilsen
Kjersti Håvardstun
Rådgiver
(Adviser)

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS
(Norwegian Social Science Data Services)
Personvernombud for forskning
Harald Hårfagres gate 29, 5007 BERGEN

Tlf. direkte: (+47) 55 58 29 53
Tlf. sentral: (+47) 55 58 21 17
Faks: (+47) 55 58 96 50
Email: kjersti.havardstun@nsd.uib.no
Internettadresse www.nsd.uib.no/personvern